

SEP 1 3 1934

ZEITSCHRIFT FÜR PHYSIK

HERAUSGEGEBEN UNTER MITWIRKUNG
DER
DEUTSCHEN PHYSIKALISCHEN GESELLSCHAFT

von
KARL SCHEEL

90. BAND. 3. UND 4. HEFT

MIT 60 TEXTFIGUREN

(ABGESCHLOSSEN AM 10. AUGUST 1934)



VERLAG VON JULIUS SPRINGER, BERLIN

1934

Die

Zeitschrift für Physik

erscheint zwangsläufig in einzelnen Heften; 12 Hefte bilden einen Band.

Die Zeitschrift für Physik ist durch jede Buchhandlung sowie durch die Verlagsbuchhandlung Julius Springer, Berlin W9, Linkstraße 23/24, zu beziehen. Die Mitglieder der Deutschen Physikalischen Gesellschaft erhalten die Zeitschrift für Physik zu einem mit dem Vorstande der Gesellschaft vereinbarten Vorzugspreis geliefert.

Es wird ausdrücklich darauf aufmerksam gemacht, daß mit der Annahme des Manuskriptes und seiner Veröffentlichung durch den Verlag das ausschließliche Verlagsrecht für alle Sprachen und Länder an den Verlag übergeht, und zwar bis zum 31. Dezember desjenigen Kalenderjahres, das auf das Jahr des Erscheinens folgt. Hieraus ergibt sich, daß grundsätzlich nur Arbeiten angenommen werden können, die vorher weder im Inland noch im Ausland veröffentlicht worden sind, und die auch nachträglich nicht anderweitig zu veröffentlichen der Autor sich verpflichtet.

Die Mitarbeiter erhalten von ihren Arbeiten 75 Sonderdrucke unentgeltlich. Weitere 75 Exemplare werden, falls bei Rücksendung der 1. Korrektur bestellt, gegen eine angemessene Entschädigung geliefert. Darüber hinaus gewünschte Exemplare müssen zum gleichen Preis berechnet werden, den die Arbeit im Heft kostet, da die umfangreiche Versendung von Sonderdrucken den Absatz der Zeitschrift schädigt. Dissertationsexemplare werden von der Verlagsbuchhandlung grundsätzlich nicht geliefert.

Autorkorrekturen, d. h. nachträgliche Textänderungen werden, soweit sie 10% der Satzkosten übersteigen, den Verfassern in Rechnung gestellt.

Manuskriptsendungen sind zu richten an Herrn Geh. Reg.-Rat Professor Dr. Karl Scheel, Berlin - Dahlem, Werderstraße 28.

90. Band

Inhalt

3. und 4. Heft

	Seite
Paul Specht , Über den Gleichrichter- und Photoeffekt am Siliciumcarbid-detektor. Mit 14 Abbildungen. (Eingegangen am 3. Juni 1934)	145
E. Rupp , Polarisation der Elektronen in magnetischen Feldern. (Aus dem Forschungsinstitut der AEG.) Mit 7 Abbildungen. (Eingegangen am 7. Juni 1934)	166
Diedrich Mahnke , Temperaturabhängigkeit der Dauerzugfestigkeit und Zerreißfestigkeit synthetischer Steinsalzkristalle. Mit 7 Abbildungen. (Eingegangen am 8. Juni 1934)	177
Sofie Dommerich , Festigkeitseigenschaften bewässerter Salzkristalle. VI. Richtungsabhängigkeit der Streckgrenze gleichmäßig abgelöster Steinsalzstäbchen. Mit 3 Abbildungen. (Eingegangen am 8. Juni 1934)	189
Atty König , Atomtrümmermessungen an metallischem Natrium. Mit 6 Abbildungen. (Eingegangen am 14. Juni 1934)	197
W. Heisenberg , Bemerkungen zur Diracschen Theorie des Positrons. (Eingegangen am 21. Juni 1934)	209
K. Sommermeyer , Die Sondencharakteristiken der Entladungen in Gasen von hohen Drucken. Mit 5 Abbildungen. (Eingegangen am 22. Juni 1934)	232
A. I. Alichanow und M. S. Kosodaew , Emission positiver Elektronen aus einer radioaktiven Quelle. Mit 15 Abbildungen. (Eingegangen am 8. Mai 1934)	249
W. H. E. Bandermann , Beitrag zur quantitativen photographischen Photometrie. Mit 3 Abbildungen. (Eingegangen am 18. Mai 1934)	266
E. N. Gapon , Zur Theorie des spontanen Positronzerfalls. (Eingegangen am 30. Mai 1934)	279

Über den Gleichrichter- und Photoeffekt am Siliciumcarbiddetektor.

Von **Paul Specht** in Halle (Saale).

Mit 14 Abbildungen. (Eingegangen am 3. Juni 1934.)

Untersuchungen über die Ventilwirkung des SiC-Detektors ergeben das Vorhandensein zweier Komponenten. Die erste wird in der aus SiO_2 bestehenden Sperrsicht lokalisiert. Dieser Sperrsichteffekt tritt nur bei geringer Belastung des Gleichrichters auf. Er zeichnet sich durch gute Ventilwirkung (Verhältnis der Ströme beider Richtungen etwa 1 : 1000) und starke Abhängigkeit vom Spitzenmaterial aus. Die zweite Komponente hat ihren Sitz im Kristallvolumen und verursacht die Ventilwirkung bei höheren Stromstärken. Der Volumeneffekt ergibt relativ schlechte Gleichrichtung (Verhältnis der Ströme beider Richtungen 1 : 2) und ändert sich kaum beim Wechsel des Elektrodenmaterials. Die Ventilrichtung beider Effekte verläuft entgegengesetzt, der Übergang von einem zum anderen erfolgt je nach der Dimension der Grenzschicht stetig oder unstetig. — Ähnlich wie die Ventilwirkung weist auch der lichtelektrische Effekt am SiC-Detektor ausgeprägte Abhängigkeit vom Berührungs punkt auf. Bei diesen Untersuchungen werden Photospannungen bis zu 2 Volt Leerlaufspannung erzielt, die entsprechenden Stromstärken liegen im Gebiet 10^{-9} bis 10^{-12} Amp. Lichtelektrische, empfindliche Punkte weisen stets besonders gute Sperrsichtventilwirkung auf. Der Einfluß der Lichtintensität, des Winkels der auftreffenden Strahlen und die Temperaturabhängigkeit der Photo-EMK werden untersucht. — Theoretische Erwägungen über beide Effekte zeigen vielfach Parallelen mit entsprechenden Erscheinungen anderer Stoffe.

Einleitung. Für die Auswahl des SiC-Kristalls zur Untersuchung des Detektorproblems sprechen folgende Erwägungen. Im allgemeinen ändern sich die elektrischen Eigenschaften eines Kristalldetektors stark bei Variation der Berührungsstelle. Um sachlich einwandfreie Ergebnisse zu erhalten, ist also zunächst die Forderung aufzustellen, daß bei zahlreichen Messungen an der gleichen Kontaktstelle keine nennenswerten Änderungen der Ventilwirkung auftreten. Dieses Postulat der Reproduzierbarkeit wird von Carborundkristallen bei Beachtung genügender Vorsichtsmaßregeln relativ gut erfüllt und zwar aus folgenden Gründen: SiC besitzt im Gegensatz zu anderen gleichrichtenden Mineralien einen ziemlich hohen spezifischen Widerstand, wodurch das Auftreten stärkerer Ströme, die durch Temperung und Oxydation Veränderungen der Oberfläche bewirken können, leicht vermieden werden kann. Ferner zeichnet es sich durch bedeutende mechanische Härte aus. Diese Eigenschaft ermöglicht es, eine Kristallfläche mehrmals unter verschiedenen Bedingungen zu untersuchen, ohne wesentliche Deformationen des Kristalls durch den Spitzendruck befürchten zu müssen.

Stand der Forschung. Aus den Arbeiten von O. W. Lossew¹⁾ und B. Claus²⁾ ergibt sich für den Gleichrichtungsmechanismus des SiC-Detektors folgendes Bild. Die Kristalle sind durch ihre Entstehung bei hohen Temperaturen mit einer dünnen oberflächlichen Oxydschicht von SiO_2 behaftet. Durchschlagsuntersuchungen ergeben die Dicke der Sperrsicht zu etwa 10^{-5} cm. Von vornherein ist anzunehmen, daß ihr Vorhandensein einen Einfluß auf die Ventilwirkung haben wird. Da auch an anderen Detektormaterialien der Einfluß derartiger Sperrsichten sichergestellt ist, so ist eine Entfernung der Schicht von Interesse. Sie kann auf zwei prinzipiell verschiedenen Wegen erfolgen. Zunächst läßt sie sich chemisch durch Abätzen mit Flußsäure beseitigen. Eine Zerstörung ist außerdem durch Abschleifen und Deformation möglich. Erzeugen läßt sich eine Schicht hohen Widerstandes aus SiO_2 durch Anwendung höherer Temperaturen, z. B. durch elektrisches Glühen.

Im Stromspannungsverlauf äußert sich diese Sperrsicht so, daß sie die Charakteristik in zwei Teile zerlegt, und zwar dadurch, daß sie bei bestimmten Spannungen durchschlagen wird und somit bei der betreffenden Potentialdifferenz einen starken, spontanen Stromanstieg verursacht. Theoretisch müßte SiC nach seiner Struktur durchsichtig und isolierend sein. Das vorliegende Material ist im günstigsten Falle durchscheinend und zeigt ausgeprägte Leitfähigkeit. Diese verläuft außerdem unipolar. Es ist naheliegend, für das abweichende Verhalten Verunreinigungen verantwortlich zu machen. Was die Richtung der Ventilwirkung anbetrifft, so ergibt sich bei SiC-Kristallen ohne SiO_2 -Schicht eine Bevorzugung der Elektronenstromrichtung Spitze—Kristall. Bei Kristallen, die mit einer Quarzsicht behaftet sind, wird bei niederen Spannungen manchmal der umgekehrte Gleichrichtereffekt beobachtet. Bei Spannungssteigerung verringert sich dieser allmählich und geht in den normalen Effekt über.

Untersuchung der Ventilwirkung.

Die zunächst angestellten Versuche dienten der Untersuchung der Grenzschichtleitfähigkeit. Die Messungen erfolgten mit einem hochempfindlichen Galvanometer in der Potentiometerschaltung. Zur Strombegrenzung bei plötzlichem Durchschlag befanden sich im Galvanometerkreis geeignete Schutzwiderstände (Hochohmwiderstände).

¹⁾ O. W. Lossew, Phil. Mag. **6**, 1024, 1928; Phys. ZS. **30**, 920, 1929. —

²⁾ B. Claus, Ann. d. Phys. (5) **11**, 331, 1931; **14**, 644, 1932.

Fig. 1 gibt den Verlauf der Charakteristik wieder. Dieser zeigt ein starkes Überwiegen der positiven Komponente, wobei unter positiver Komponente stets der Elektronenstrom Kristall—Spitze verstanden werden soll. Hierbei wurde im allgemeinen keine zeitlich konstante Leitfähigkeit beobachtet, sondern der Stromdurchgang näherte sich asymptotisch einem Grenzwert.

Eingehende Versuche wurden angestellt, um den Charakteristikverlauf vom Einsetzen des meßbaren Stromes bis nach dem Durchschlag an der gleichen Kontaktstelle festzustellen. Hierbei ergab sich im allgemeinen das

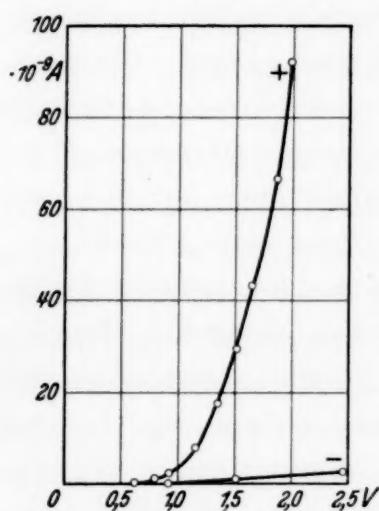


Fig. 1. Stromspannungscharakteristik vor dem Durchschlag.

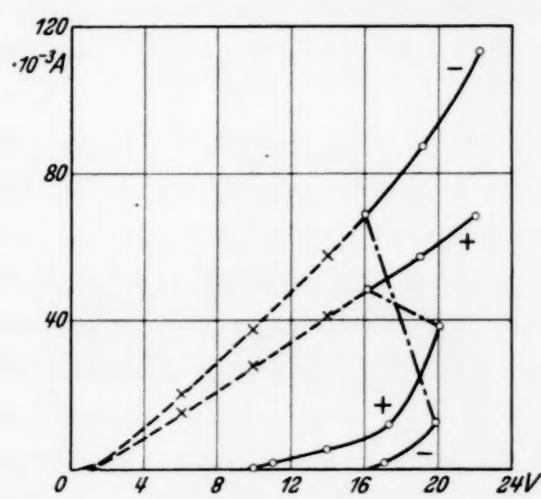


Fig. 2. Kennlinien vor und nach dem Durchschlag an der gleichen Kontaktstelle.

in Fig. 2 dargestellte Bild. Aus der Aufnahme geht hervor, daß der Stromeinsatz bei positiver Spitze bei geringeren Spannungen erfolgt als in umgekehrter Richtung. Im Gebiet des Durchschlages (gestrichelt gezeichnet) überschneiden sich die Kennlinien. Bei höheren Spannungen tritt deshalb die entgegengesetzte Ventilrichtung auf. Infolge der Deformation der Quarzschiicht ist dieser Vorgang meist nicht reproduzierbar. Bei Wiederholung der Messungen konnte vielfach kein Wechsel der gerichteten Leitfähigkeit mehr festgestellt werden.

Nachdem die Richtung des Sperrschiichtgleichrichtereffektes untersucht worden war, dienten weitere Messungen der Aufgabe, den Einfluß des Spitzennmaterials zu klären. Zu diesem Zwecke wurde ein bestimmtes Gebiet der Kristalloberfläche mit der Kontaktspitze in regelmäßigen Abständen abgetastet und die gleichgerichtete Komponente durch Mittelwertbildung über die große Anzahl der an den verschiedensten Stellen erhaltenen Werte ermittelt. Um reproduzierbare Messungen zu erhalten, wurden hierbei wesentlich geringere Sperrsichten benutzt, die so erhalten wurden,

daß ein Kristall vollkommen abgeätzt und dann längere Zeit der Luft ausgesetzt wurde. Auf derartigen Kristallen bildet sich durch langsame Luftpolymerisation allmählich eine dünne Sperrsicht. Die Abtastungen wurden mit folgender Apparatur durchgeführt (s. Fig. 3). Der Kristall *A* befand sich, nur in der Waagerechten verschiebbar, auf dem Mikrometerkreuz *M*. Über ihm hing in einer senkrechten Führung *F* die Spitze *S*. An *S* und *A* ließ sich durch das Potentiometer *Po* eine veränderliche Spannung legen. Der Kontakt zwischen beiden hatte einen Ausschlag des Stromzählers *I* zur Folge. Beim Abtasten einer Kante ergab sich die Begrenzungslinie der Kristalloberfläche durch Feststellung der Kurzschlußstellen der Spitze mit

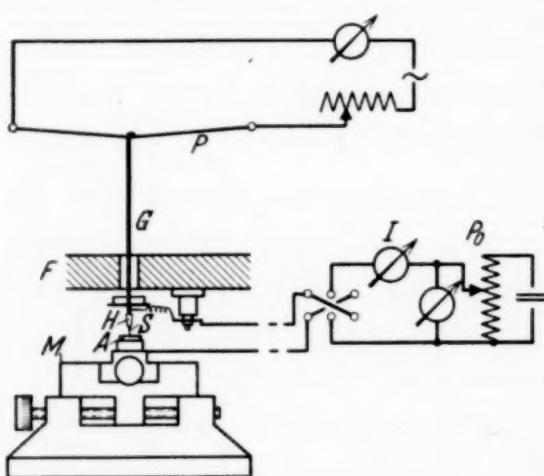


Fig. 3. Abtastapparatur zum punktweisen Untersuchen der Ventilwirkung.

der Einschmelzmasse. Die Spitze *S* war mit einem Glasstab *G* verbunden, der an einem stromdurchflossenen Platindraht *P* hing. Bei Stromdurchgang erfolgte eine Ausdehnung des Drahtes, wodurch sich der Aufhänger auf den Kristall senkte. Durch eine Hülse *H* konnten verschiedene Spitzen an dem Führungsstab *F* befestigt werden. Voraussetzung für exakte Untersuchungen war, daß sich die Spitze während einer Messung nicht auf der Kristalloberfläche verschob.

Um den Einfluß mechanischer Erschütterungen zu beseitigen, wurde die gesamte Apparatur auf einem Betonsockel hoher stationärer Masse, der auf einem massiven Steinsockel ruhte, aufgebaut.

Zunächst wurde eine hexagonale Kristallfläche, die auch unter dem Mikroskop keine Unebenheiten aufwies, mit Spitzen verschiedenen Materials, aber nahezu gleichen Durchmessers bei einem Druck von 40 g Belastung untersucht. Die Berührungsflächen der Spitzen wurden so ermittelt, daß die Elektrode auf eine berußte Glasplatte gesenkt und der erzielte Abdruck unter dem Mikroskop mikrometrisch ausgemessen wurde. Durch diese Methode läßt sich allerdings nicht die wahre Kontaktfläche ermitteln, da die Rußschicht eine endliche Dicke besitzt. Bei Verwendung einer gleichmäßig berußten Glasplatte werden indessen die Abdrücke im gleichen Maße vergrößert, so daß eine Entscheidung über das Verhältnis der Dicken möglich ist. Im folgenden wird daher immer von „scheinbarer“ Berührungsfläche die Rede sein, worunter die Größe des Abdruckes auf einer berußten Glasplatte verstanden wird.

Es ergab sich nun, daß die einzelnen Werte nur dann einigermaßen reproduzierbar waren, wenn die Stromstärke in einem mittleren Meßbereich von etwa $5 \cdot 10^{-4}$ bis $5 \cdot 10^{-3}$ Amp. lag. Bei größeren Strömen bewirkten die durch Joulesche Erwärmung hervorgerufenen Veränderungen eine dauernde Widerstandsverminderung. Bei geringeren Stromstärken erfolgte keine konstante Einstellung des Meßinstrumentes, vielmehr nahm die Leitfähigkeit mit der Zeit meist ab. Endlich wurde noch festgestellt, daß die bei einer bestimmten Spannung gemessenen Stromwerte von der Zeit abhingen, in welcher die Spannung von Null bis zum Endwert gesteigert worden war. Deshalb wurde bei sämtlichen Messungen die Steigerung der am Detektor liegenden Spannung nach einem bestimmten zeitlichen Schema durchgeführt.

Naheliegend war nun, alle vergleichenden Untersuchungen bei ein und derselben Spannung auszuführen. Dies erwies sich indessen als unzureichend, weil sich der Gleichrichtereffekt mit der angelegten Spannung stark änderte. Auch das Verhältnis der Änderung war bei verschiedenem Spitzenmaterial keine konstante Größe, sondern spannungsabhängig. Aus diesem Grunde wurde an sämtlichen Meßpunkten die Gleichrichtungscharakteristik aufgenommen, und zwar wurden die Stromwerte für 5, 10, 15 und 20 Volt festgestellt. Die durch Joulesche Erwärmung wirkte temporäre Widerstandsverminderung wurde derart eliminiert, daß der Stromdurchgang abwechselnd in beiden Richtungen beobachtet wurde. Die umstehende Tabelle 1 zeigt eine so erhaltene Aufnahme einer Fläche von $6 \cdot 3$ Punkten. Diese sind in ein Koordinatensystem eingeordnet und entsprechend mit $x_m y_n$ bezeichnet. Für jeden Berührungsplatz sind die Stromstärken beider Richtungen in mA angegeben. Der Abstand zweier benachbarter Punkte betrug hierbei 100μ , die verwandte Stahlspitze besaß bei 40 g Belastung einen scheinbaren Durchmesser von $38,2 \mu$. Die beigefügte Skizze (Fig. 4) zeigt die Lage der abgetasteten Fläche in bezug auf die nächste Randlinie. Derartige punktweise Untersuchungen einer abgegrenzten Fläche wurden ebenfalls mit anderen Spitzenmaterialien durchgeführt.

Die in Fig. 5 dargestellten Kurven zeigen die Abhängigkeit der Stromstärke vom Berührungsplatz für Spitzen aus Eisen, Kupfer und Messing. Die Punkte sind für alle neun Kurvenzüge die gleichen, nämlich zehn

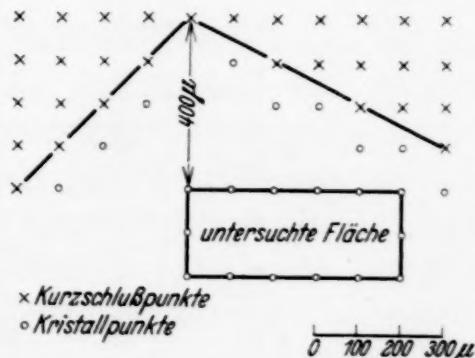


Fig. 4. Lageplan der abgetasteten Fläche.

Tabelle 1.
Elektrische Daten einer Fläche von 6 · 3 Punkten.
Stromangaben in mA.

V	-J	+J										
	$x_0 y_0$		$x_1 y_0$		$x_2 y_0$		$x_3 y_0$		$x_4 y_0$		$x_5 y_0$	
5	0,096		0,075		0,090		0,066		0,114		0,114	
10	1,08	0,003	1,04		1,08	0,001	1,14	0,001	1,25		1,21	0,001
15	2,97	0,027	2,97	0,011	2,88	0,027	3,18	0,025	3,51	0,025	3,48	0,065
20	6,10	0,186	6,20	0,123	3,65	0,272	6,50	0,366	7,40	0,456	6,55	0,366
	$x_0 y_1$		$x_1 y_1$		$x_2 y_1$		$x_3 y_1$		$x_4 y_1$		$x_5 y_1$	
5	0,105		0,142		0,135		0,123		0,120		0,105	
10	1,42	0,001	1,28	0,001	1,29	0,001	1,42		1,35	0,009	1,21	0,001
15	3,69	0,036	3,33	0,045	3,36	0,033	3,60	0,045	3,66	0,105	3,48	0,066
20	6,95	0,309	6,55	0,408	6,60	0,405	6,95	0,459	7,15	0,486	7,40	0,585
	$x_0 y_2$		$x_1 y_2$		$x_2 y_2$		$x_3 y_2$		$x_4 y_2$		$x_5 y_2$	
5	0,075		0,093		0,039		0,066		0,084		0,111	
10	1,12		1,23		0,695	0,001	1,01	0,001	1,05	0,001	1,19	0,002
15	3,09	0,039	3,33	0,042	2,27	0,015	3,09	0,011	2,91	0,015	3,22	0,072
20	6,20	0,474	6,60	0,336	5,05	0,180	6,60	0,154	5,90	0,180	6,40	0,195

Kontaktstellen, die mit einem Abstand von 100μ auf einer Geraden der Kristallfläche liegen. Ihre Abstände sind auf der Ordinate abgetragen, die Abszissen geben die beobachteten Ströme in mA an. Die Spannungen 10, 15 und 20 Volt bei negativer Spitze wurden als Parameter gewählt. Aus

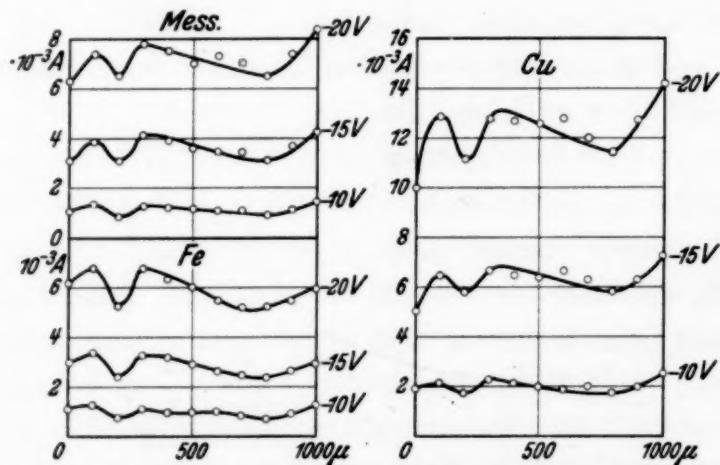


Fig. 5. Abhängigkeit der Leitfähigkeit vom Berührungs punkt bei Variation des Spitzensmaterials.

der untersten Kurve, die den Stromdurchgang bei Benutzung einer Stahlspitze für 10 Volt angibt, geht der unterschiedliche Stromverlauf an den einzelnen Stellen deutlich hervor. Bei 15 Volt haben sich diese Niveauunterschiede schon stärker ausgeprägt, und bei 20 Volt weisen sie noch größere Differenzen auf. Wie die entsprechenden Aufnahmen für Messing

und Kupfer ergeben, bleibt der allgemeine Charakter der Kurve bei Wechsel des Berührungsmaterials durchaus erhalten. Die Stromstärke ist indessen bedeutend angewachsen, und die Abweichungen vom Mittel treten ebenfalls stärker hervor. Eine genauere Auswertung zeigte, daß die Schwankung bei den verschiedenen Spannungen und Metallen gute Proportionalität mit der mittleren Stromstärke aufwies. Die mittlere Abweichung betrug für Stahl 7,6 %, für Messing 7,9 % und für Kupfer 7,3 % der durchschnittlichen Stromstärke. Die Differenz der einzelnen Werte liegt unterhalb der Meßgenauigkeit.

Aus den punktweise aufgenommenen Stromspannungskurven lassen sich nun die mittleren Gleichrichtungscharakteristiken der untersuchten Fläche bei Benutzung verschiedener Spitzen berechnen. Fig. 6 zeigt die Kennlinien eines bestimmten Gebietes, die bei Verwendung von den drei Spitzensmaterialien erhalten wurden. Zunächst fällt hierbei auf, daß der Stromdurchgang bei positiver Spalte bei Stahl und Messing nicht sofort einsetzt, sondern erst bei etwa 10 Volt Spannung meßbare Beträge ($> 10^{-7}$ Amp.) erreicht. Ist die positive Komponente einmal aufgetreten, dann steigt sie bei Spannungserhöhung sehr stark an, bedeutend stärker jedenfalls als die Stromstärke in entgegengesetzter Richtung. Bei positiver Spalte wächst der Strom bei Steigerung der Spannung um 5 Volt durchschnittlich um eine Zehnerpotenz, in umgekehrter Stromrichtung jedoch nur um das Zwei- bis Dreifache.

Als Gleichrichtereffekt wurde im folgenden der Quotient aus den Stromstärken bei negativer und positiver Spalte bezeichnet. Die Differenz beider Werte ergibt wohl direkt die gleichgerichtete Komponente, sagt aber nichts über ihr Verhältnis aus, das zur Beurteilung der Ventilwirkung wesentlicher ist als der bloße Zahlenwert. Dieser Bruch ist ein Maß für die Güte der Gleichrichtung, sein reziproker Wert gibt an, welcher Prozentsatz des Stromes bei Wechselstrombelastung unverändert hindurchgelassen wird. Der Gleichrichtereffekt sinkt infolge der oben geschilderten Tatsachen mit steigender Spannung.

In Fig. 7 ist diese Spannungsabhängigkeit des Gleichrichtereffektes graphisch dargestellt. Auf der Abszisse wurde die Spannung in Volt auf-

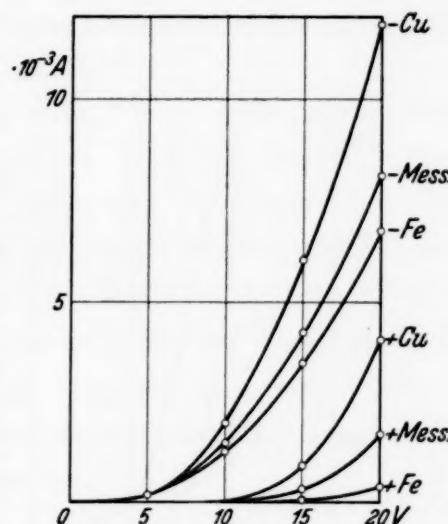


Fig. 6. Gleichrichtungskurven verschiedener Spitzensmaterialien.

getragen, als Ordinate der Quotient der Stromstärken beider Richtungen. Aus der Kurve erkennt man, daß die Ventilwirkung bei der Stahlspitze am stärksten ausgeprägt ist, bei Messing ist sie bedeutend kleiner, und für Kupfer erreicht sie nur noch geringe Beträge. Aus dem Kurvenverlauf ist ferner ersichtlich, daß die Gleichrichtung ungefähr exponentiell mit der Spannung abnimmt. Das Abfallen erfolgt um so steiler, je größer die bei geringen Potentialen erzielte unipolare Leitung ist, also am stärksten bei Stahl und am schwächsten bei Kupfer. Mit wachsender Spannung wird der Einfluß der Spitzenmaterialien kleiner: die drei Kurven nähern sich in ihrem unteren Teile immer mehr.

Es war bereits erwähnt worden, daß die benutzten Spitzen nicht genau den gleichen Durchmesser hatten. Um die Werte der einzelnen Abtastungen

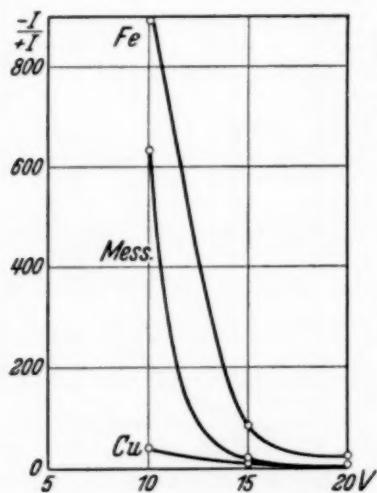


Fig. 7. Spannungsabhängigkeit des Gleichrichtereffektes.

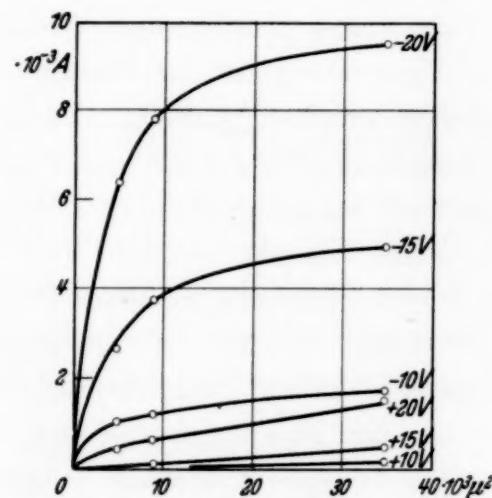


Fig. 8. Stromstärke in Abhängigkeit von der Berührungsfläche.

aufeinander beziehen zu können, mußte deshalb der Einfluß der Berührungsfläche auf den Gleichrichtereffekt festgestellt werden. Deshalb wurden Spitzen gleichen Materials, aber verschiedener Dicke in ähnlicher Weise durch zahlreiche Abtastungen untersucht. Da nun die Kontaktfläche der Spitzen mikrometrisch ausgemessen war, konnte der Einfluß der Spitzendicke auf die Stromstärke ermittelt werden. In Fig. 8 ist als Abszisse die Berührungsfläche in Einheiten von $1000 \mu^2$ aufgetragen, die Ordinate stellt die entsprechenden Stromwerte dar. Parameter ist die jeweils angelegte Spannung. Die betreffenden Kurven verlaufen stark gekrümmmt, die Neigungsänderung wächst mit zunehmender Stromstärke.

Mit Hilfe dieser Kurven wurden die Messungen verschiedener Spitzenmaterialien auf ein und dieselbe Berührungsfläche, nämlich die von Stahl

reduziert. Bei den vorher mitgeteilten Versuchsdaten ist diese Korrektur bereits angebracht worden.

Abschließend seien noch kurz einige Versuche geschildert, die dazu dienen sollten, die beiden wesentlichen Komponenten des Gleichrichtereffektes an SiC voneinander getrennt beobachten zu können. Zur Erfassung der Materialabhängigkeit des Sperrschiechteffektes wurde, um von Inhomogenitäten einzelner Kristallpunkte unabhängig zu sein, Siliciumcarbid fein gepulvert zwischen zwei ebene Metallplatten gebracht. Hierbei zeigte sich, daß eine gerichtete Leitfähigkeit nur auftrat, wenn die Platten aus verschiedenem Material bestanden. Eine quantitative Erfassung dieser Vorgänge dürfte insofern schwierig sein, als hierfür nur vollkommen ebene Platten in Frage kommen, die im Gebiet der gesamten Berührungsfläche mit gleichem Druck auf die gleiche Menge SiC-Pulver drücken müßten. Andererseits läßt sich auch der Volumeneffekt getrennt vom Sperrschiechteffekt untersuchen. Zu diesem Zwecke wurden auf eine Kristallfläche zwei gleich große Elektroden aus demselben Material aufgesetzt. Bei systematischer Vergrößerung ihres Abstandes ergab sich, daß die vielfach auftretende Ventilwirkung weder der Richtung noch der Größe nach irgendwelche Gesetzmäßigkeiten aufwies. Hierzu wurden 102 Punkte unter gleichen Bedingungen untersucht: 49 Kontaktstellen ergaben eine Ventilwirkung in der einen, 52 in der anderen Richtung, woraus man deutlich das Zufallsmäßige dieser gerichteten Leitfähigkeit erkennt.

Untersuchung des lichtelektrischen Effektes an SiC.

Wie andere unipolar leitende Stoffe, z. B. Kupferoxydul, ergibt auch SiC einen lichtelektrischen Effekt. Diese Tatsache wurde auch von Lossew¹⁾ festgestellt. Da der Photoeffekt zusammen mit der Ventilwirkung auftritt, ist es von Interesse, ihn näher zu verfolgen, um so eine Beziehung zwischen beiden Erscheinungen zu erhalten. Wegen der geringen Lichtdurchlässigkeit der Carborundkristalle wurde der Photoeffekt in den meisten Fällen als Vorderwandeffekt untersucht, an besonders klaren Stücken war er aber auch als Hinterwandeffekt noch deutlich erkennbar. Die genaueren quantitativen Messungen erfolgten wegen der hohen Photospannung elektrometrisch, wozu das vereinfachte Hoffmannsche Duantenelektrometer²⁾ benutzt wurde. Aus der Größe der erzielten

¹⁾ O. W. Lossew, Phys. ZS. **34**, 397, 1933; siehe auch P. Specht, ebenda **34**, 640, 1933. — ²⁾ G. Hoffmann u. W. S. Pforte, Phys. ZS. **31**, 822, 1930; K. Engel u. W. S. Pforte, ebenda **32**, 81, 1931.

Spannung (bis zu 2 Volt) sowie aus der elektrometrischen Meßanordnung folgt, daß diese Erscheinung kein Thermoeffekt sein kann.

Im Verlauf der Untersuchungen zeigte sich nun, daß eine Photo-EMK nur bei geringen Kontaktdrucken auftrat, die bis zu einer Größe von etwa 10 g Belastung gingen. Mit wachsendem Druck nahm die lichtelektrische Spannung ab, um schließlich bei weiterer Drucksteigerung gänzlich zu verschwinden. Da sich die erzielte Spannung bei Variation des Berührungs-punktes stark änderte, wurden zunächst punktweise Abtastungen einer Fläche bei einem bestimmten Druck durchgeführt. Die Abtastapparatur war hierbei die gleiche wie die eingangs schon beschriebene, an Stelle des Potentiometers trat indessen das Elektrometer. Der Kristall war gegen unerwünschte Aufladung durch einen Faradayischen Käfig geschützt. Zur genaueren Bestimmung der Aufladegeschwindigkeit wurde dem Elektrometer eine Kapazität von 0,001 bis 1 F parallel geschaltet. Hierbei war für gute Isolation des Kristalles und des Kondensators Sorge zu tragen. Es zeigte sich, daß öfters durch Schaben und Abwaschen mit Alkohol gereinigtes Hartgummi den Anforderungen genügte. Die Belichtung erfolgte mit einer 100 Watt-Lampe, wobei sich aus dem Abstand Lichtquelle—Berührungs-punkt eine Beleuchtung von etwa 1000 Lx ergab. Die Apparatur reagierte infolge des geringen Kontaktdruckes — der Aufhänger hatte ein Gewicht von 1,4 g — am Tage noch auf Erschütterungen, so daß die Messungen nachts durchgeführt werden mußten.

Bei der in Tabelle 2 dargestellten punktweisen Abtastung einer Fläche $560 \cdot 280 \mu^2$ wurde eine Stahlspitze bei einem Druck von 1,4 g verwandt. Der Abstand zweier benachbarter Punkte betrug $56,5 \mu$. Bei derartigen Abtastungen wurden Photospannungen bis zu 2 Volt erreicht, wobei sich der Kristall negativ auflud. Die den Aufladungen entsprechenden Stromstärken lagen hierbei im Gebiet 10^{-12} bis 10^{-9} Amp. In Tabelle 3 ist die lichtelektrische Leistung, das Produkt aus Spannung und Stromstärke, für die gleiche Fläche wie in Tabelle 2 dargestellt.

Tabelle 2.
Lichtelektrische Spannung einer abgetasteten Fläche.
Angaben in 10^{-1} Volt.

	y_0	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	y_7	y_8	y_9	y_{10}
x_0	0	0,99	2,86	5,29	4,38	3,19	0	3,43	2,95	0	0
x_1	0	1,90	3,10	5,75	4,57	4,33	5,42	3,40	0	0	0
x_2	0	1,20	5,48	4,74	2,88	3,98	2,16	1,98	0	0	0
x_3	2,01	4,89	4,70	3,62	3,28	3,52	0	3,56	0	0	0
x_4	5,27	5,42	4,52	4,12	0	3,34	1,44	0	0	0	0
x_5	0	5,45	5,00	6,18	3,86	7,06	2,80	4,75	0	0	0

Tabelle 3.
Lichtelektrische Leistung einer abgetasteten Fläche.
Angaben in 10^{-12} Watt.

	y_0	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	y_7	y_8	y_9	y_{10}
x_0	0	1,41	3,39	4,08	3,65	1,72	0	2,04		0	0
x_1	0	2,44	3,08	8,62	4,48	4,47	7,17	4,18	0	0	0
x_2	0	2,40	8,57	4,57	2,51	3,04	1,72	1,65	0	0	0
x_3	1,06	2,71	5,69	5,16	4,56	5,49	0	2,69	0	0	0
x_4	4,58	7,52	1,81	2,70	0	4,91	1,19	0	0	0	0
x_5	0	8,66	6,36	11,50	3,63	13,51	3,66	3,69	0	0	0

Wie aus den obigen Untersuchungen hervorgeht, ändern sich die lichtelektrischen Eigenschaften einer Kristallfläche ähnlich wie die Ventilwirkung von Punkt zu Punkt. Es war daher naheliegend, nach einer Beziehung zwischen beiden Erscheinungen zu suchen. Für zahlreiche Kontaktstellen wurde deshalb die Photospannung und die Ventilwirkung genauer untersucht. Das Ergebnis war folgendes. Punkte, bei denen erst bei höherer Spannung ein meßbarer Strom einsetzte, gaben keinen Photoeffekt. Bei sofortigem Stromdurchgang zeigten lichtelektrisch wirksame Stellen gegenüber anderen eine besonders stark ausgeprägte Gleichrichtung. In Fig. 9a ist die Gleichrichtungscharakteristik einer sehr empfindlichen Stelle wiedergegeben. Fig. 9 b stellt die unter gleichen Bedingungen aufgenommenen Kennlinien eines Punktes mit wesentlich geringerer lichtelektrischer Empfindlichkeit dar, und Fig. 9 c zeigt die Charakteristik einer benachbarten, völlig unwirksamen Stelle. Auffällig ist bei sämtlichen Kurvenzügen das ungewöhnlich steile Ansteigen beider Stromäste. Die Stromwerte sind hierbei logarithmisch aufgetragen. Auf der Abszisse sind die entsprechenden Spannungen wiedergegeben. Die Differenz beider Werte gleicher Spannung gibt also ein Maß für den Gleichrichtungsquotienten. Man bemerkt, daß nach der Seite sinkender Photospannung hin die Sichel, die beide Strom-

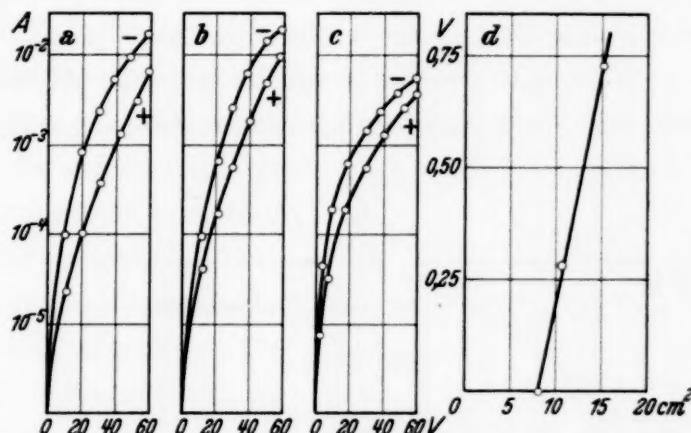


Fig. 9.
Stromspannungscharakteristiken lichtelektrisch wirksamer Kontaktstellen und Photo-EMK in Abhängigkeit von der Ventilwirkung.

gegenüber anderen eine besonders stark ausgeprägte Gleichrichtung. In Fig. 9a ist die Gleichrichtungscharakteristik einer sehr empfindlichen Stelle wiedergegeben. Fig. 9 b stellt die unter gleichen Bedingungen aufgenommenen Kennlinien eines Punktes mit wesentlich geringerer lichtelektrischer Empfindlichkeit dar, und Fig. 9 c zeigt die Charakteristik einer benachbarten, völlig unwirksamen Stelle. Auffällig ist bei sämtlichen Kurvenzügen das ungewöhnlich steile Ansteigen beider Stromäste. Die Stromwerte sind hierbei logarithmisch aufgetragen. Auf der Abszisse sind die entsprechenden Spannungen wiedergegeben. Die Differenz beider Werte gleicher Spannung gibt also ein Maß für den Gleichrichtungsquotienten. Man bemerkt, daß nach der Seite sinkender Photospannung hin die Sichel, die beide Strom-

zweige einschließen, kleiner wird. Ermittelt man den Flächeninhalt, den beide Äste der obigen Kurven im Bereich von 0 bis 60 Volt miteinander einschließen und trägt ihn als Abszisse, die entsprechenden Photospannungen als Ordinaten auf (Fig. 9d), so erhält man für die in der obigen Figur durch ihre Kennlinien dargestellten drei Kontaktstellen drei Punkte, die sich durch eine Gerade verbinden lassen. In dieser Kurve ist also die lichtelektrische Spannung als Funktion des Integrals des Gleichrichtungsquotienten von 0 bis 60 Volt dargestellt. Aus ihr ist deutlich ersichtlich, welch enger Zusammenhang zwischen beiden Erscheinungen besteht. Für das Zustandekommen des Photoeffektes scheint außerdem die Farbe des Kristalles von wesentlicher Bedeutung zu sein. Auffällig ist jedenfalls, daß an tiefschwarzen Flächen der Effekt am ausgeprägtesten auftrat. Da die Farbe des Kristalles meist nicht homogen ist, dürfte eine allgemeine Erfassung der quantitativen Beziehungen zwischen gerichteter Kristalleitfähigkeit und lichtelektrischer Empfindlichkeit nicht einfach sein.

Weiterhin wurden Versuche über die Abhängigkeit des Photoeffektes von der eingestrahlten Lichtintensität angestellt. Diese ergaben keinen

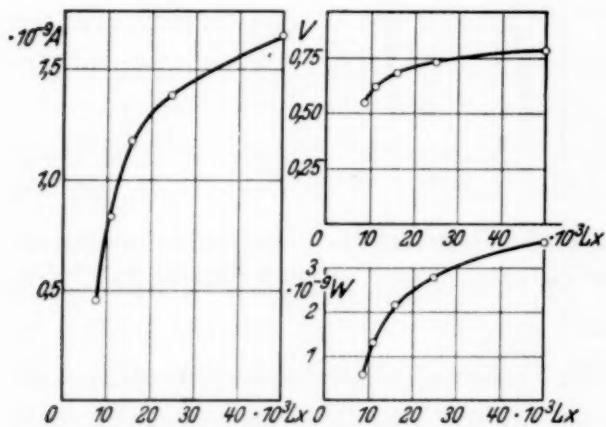


Fig. 10.
Lichtelektrische Stromstärke, Spannung und
Leistung als Funktion der Beleuchtung.

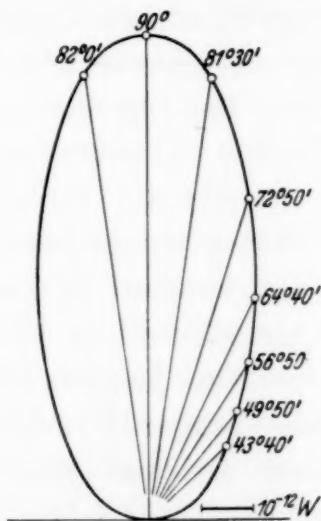


Fig. 11.
Lichtelektrische Leistung in Abhängigkeit vom Einfallswinkel.

linearen Verlauf der Stromkurve, auch die Spannung erwies sich nicht als konstant (Fig. 10). Die entsprechenden Kurvenzüge sind vielmehr stark gekrümmmt und streben einer Sättigung zu. Entsprechendes gilt natürlich auch für die lichtelektrische Leistung. Analoge Erscheinungen der Sättigung bei größerer Lichtintensität wurden an Cu_2O von Goldmann und Lukasiewitsch¹⁾ beobachtet.

¹⁾ A. Goldmann u. M. Lukasiewitsch, Phys. ZS. **34**, 66, 1933.

Versuche über den Einfluß der Richtung des auftreffenden Lichtes ergaben für senkrechten Einfall ein Maximum. Die lichtelektrisch erzielte Leistung sinkt bei seitlicher Belichtung sehr rasch ab. In Fig. 11 ist diese Abhängigkeit vom Einfallswinkel wiedergegeben. Man erkennt, daß z. B. bei 45° die Leistung nur noch den vierten Teil der maximal erreichbaren ausmacht.

Abschließend wurde noch die Temperaturabhängigkeit der Photo-EMK untersucht. Hierbei ergab sich mit steigender Temperatur ein Rückgang der lichtelektrischen Spannung. Dieser erfolgte, wie Fig. 12 zeigt, im untersuchten Gebiet von 20 bis 220°C ungefähr linear.

Auch Cu_2O -Zellen ergeben, wie Barth und Dember¹⁾ fanden, bei steigender Temperatur einen geringeren Effekt. Bei Variation der Frequenz des eingestrahlten Lichtes zeigte sich, daß die lichtelektrische Spannung dem lichtelektrischen Gesetz folgte, jedoch ein selektives Maximum im Rot aufwies.

Zum Schluß sei noch über ein interessantes Phänomen berichtet. Es wurde nämlich mehrmals bei der Belichtung eine positive Aufladung des Kristalles bis zu etwa 0,7 Volt festgestellt. Die gleichgerichtete Komponente wies an solchen Punkten ebenfalls die umgekehrte Richtung auf. Wahrscheinlich wird es sich bei dieser Erscheinung um das Analogon zu den von Skekely de Doba²⁾ entdeckten Umkehrpunkten der Gleichrichterwirkung handeln. Eine eingehende Erforschung dieses Effektes war bislang wegen der großen Seltenheit derartiger Punkte nicht möglich.

Die im vorhergehenden mitgeteilten Ergebnisse über den lichtelektrischen Effekt haben sämtlich eine wesentliche Voraussetzung: nämlich die der Reproduzierbarkeit. Deshalb wurden Versuche über die Konstanz des lichtelektrischen Effektes angestellt. Bei genügender Vorsicht läßt sich die Abweichung vom Mittel für mehrere Stunden in relativ engen Grenzen (etwa 1%) halten. Allerdings wurde beobachtet, daß längere Bestrahlung bei großer Lichtintensität eine Verringerung der Photo-EMK bewirkte.

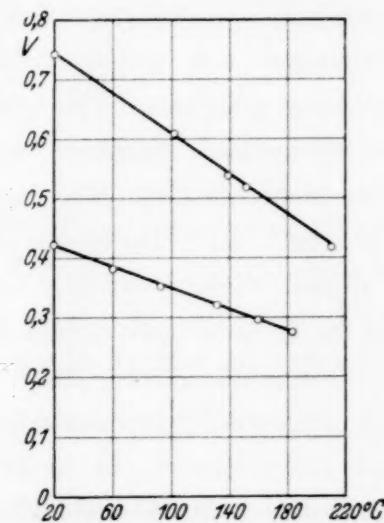


Fig. 12.
Abhängigkeit der Photo-EMK.
von der Temperatur.

¹⁾ G. Barth u. H. Dember, Phys. ZS. **34**, 284, 1933. — ²⁾ A. Skekely de Doba, Wiener Ber. **127** [2a], 719, 1918.

*Versuch einer Erklärung des Gleichrichtereffektes
und des lichtelektrischen Effektes.*

Wie im Anfang dieser Arbeit erwähnt, sind zwei Komponenten von ausschlaggebender Wichtigkeit für die Ventilwirkung des SiC-Detektors. Um zu einer plausiblen Erklärung der Umkehrpunkte zu gelangen, wird vermutet, daß die Ventilwirkung beider Effekte entgegengesetzt gerichtet ist. Aus den Untersuchungen der vorliegenden Arbeit ergeben sich folgende Einzelheiten dieser Theorie. Die Flußrichtung bei Vorhandensein der Sperrschicht ist verschieden. Bei den Durchschlagsversuchen, die an Kristallen mit stark dimensionierter Grenzschicht angestellt wurden, ergab sich, daß der gerichtete Strom von der Spitze zum Kristall verläuft. Im Gebiet des Durchschlages kehrte sich dann die Richtung um. Bei den Abtastungen von Kristallen mit geringer Quarzsicht wurde keine Umkehr der Ventilrichtung gefunden. Die unipolare Leitfähigkeit weist vielmehr von Anfang an die normale Richtung auf (d. h. Kristall—Spitze). Je nachdem, ob der Grenzschichteffekt besonders stark ausgeprägt ist oder nicht, tritt also zunächst ein Überwiegen der Sperrschichtventilrichtung auf, oder der Volumeneffekt bestimmt von Anfang an die Flußrichtung. Auch bei geringer Quarzsicht findet noch ein starkes Anwachsen der Stromstärke bei Spannungssteigerung statt. Außerdem ist die Größe der gerichteten Komponente vom Spitzenmaterial abhängig. Beide Erscheinungen zeigen deutlich, daß die Grenzschicht unter diesen Verhältnissen noch einen wesentlichen Einfluß auf die Ventilwirkung ausübt.

Es ergab sich ferner, daß der Einfluß des Spitzenmaterials mit steigender Spannung zurückging und der Widerstand einem bestimmten unteren Grenzwert zustrebte. Die noch verbleibende Ventilwirkung kann durch Inhomogenitäten des Kristallvolumens erklärt werden. Der Übergang von einem Effekt zum anderen erfolgt bei geringen Sperrschichtdicken kontinuierlich und ist reproduzierbar. Bei Grenzschichten größerer Dimensionen erfolgt eine plötzliche, diskontinuierliche Zerstörung der Sperrschicht.

Nachdem also die Möglichkeit für das Auftreten zweier Effekte bei der Ventilwirkung am SiC-Detektor einwandfrei feststeht, ist der Tatsache, daß ein Sperrschichteffekt auch bei vielen anderen gleichrichtenden Mineralien gefunden wurde, wesentliche Bedeutung beizulegen, da sich hier ein Weg zur einheitlichen Erklärung der gerichteten Kristalleitfähigkeit zeigt. Aus diesem Grunde ist der Mechanismus des Sperrschichteffektes genauer untersucht und theoretisch gedeutet worden. Nach der Schottkyschen

Theorie¹⁾ handelt es sich bei ihm im wesentlichen um den Elektronenaustritt aus Metall und Halbleiter unter Wirkung hoher Feldstärken. Durch die Verschiedenheit der Austrittsarbeiten bzw. des resultierenden Feldes erklärt sich die unipolare Leitung. Für die quantitative Beschreibung der Vorgänge dient die Sommerfeld-Fermische Elektronengasttheorie²⁾ als Ausgangspunkt. Gerade die Mannigfaltigkeit dieser Modifikationen zeigt, daß hier eine restlos befriedigende Deutung noch aussteht.

Für die kalte Elektronenemission aus Metallen stellen Fowler³⁾ und Nordheim⁴⁾ eine Formel auf, die sich zunächst nur auf den Austritt in das Vakuum bezieht. Bei der Anwendung auf den Kupferoxydulgleichrichter findet van Geel⁵⁾ indessen befriedigende Übereinstimmung mit den Tatsachen, wenigstens in qualitativer Beziehung. Deshalb sei zunächst die Brauchbarkeit dieser Beziehung für den Sperrsichtgleichrichtereffekt an SiC untersucht. Die betreffende Gleichung lautet:

$$\frac{i}{q} = 6,2 \cdot 10^{-6} \frac{W_i^{1/2}}{W_a q^{1/2}} F^2 \cdot e^{-\frac{6,8 \cdot 10^{-7} \cdot q^{3/2}}{F}}. \quad (1)$$

Hierbei bedeutet: i die Stromstärke, q den wirksamen Querschnitt, F die Feldstärke, W_i die innere Austrittsarbeits, W_a die äußere Austrittsarbeits, φ die Austrittsarbeits aus dem Metall, wobei $W_a = \varphi + W_i$. Von Millikan und seinen Mitarbeitern⁶⁾ wurde eine experimentelle Formel gefunden:

$$\frac{i}{q} = A \cdot e^{-\frac{B}{F}}. \quad (2)$$

Beide Beziehungen beschreiben nach Nordheim im allgemeinen die gleichen Kurven.

Zur Prüfung der experimentellen Daten mußten folgende wesentliche Voraussetzungen gemacht werden:

1. die Austrittsarbeiten sind nicht vom Felde F abhängig,
2. der wirksame Querschnitt q ist konstant,
3. die wirksame Feldstärke F ist der angelegten Spannung V proportional, also

$$F = \alpha \cdot V.$$

¹⁾ W. Schottky, ZS. f. Phys. **14**, 63, 1923; W. Schottky u. W. Deutschmann, Phys. ZS. **30**, 839, 1929; W. Schottky, ZS. f. Phys. **32**, 833, 1931.

— ²⁾ A. Sommerfeld, ZS. f. Phys. **47**, 1, 1928. — ³⁾ R. H. Fowler u. L. Nordheim, Proc. Roy. Soc. London (A) **119**, 173, 1928; R. H. Fowler, ebenda **124**, 699, 1929. — ⁴⁾ L. Nordheim, ZS. f. Phys. **14**, 87, 1923; **46**, 833, 1928; Phys. ZS. **30**, 177, 1929 (daselbst ausführliche Literatur). —

⁵⁾ W. Ch. van Geel, ZS. f. Phys. **69**, 765, 1931. — ⁶⁾ R. A. Millikan u. C. F. Eyring, Phys. Rev. **27**, 51, 1926; C. C. Lauritsen, Proc. Nat. Acad. Amer. **14**, 15, 1928.

Nach der Fowlerschen Formel müßte dann $\lg i/V^2$ linear abhängig von $1/V$ sein. Zunächst wurden Messungen für den Elektronenstrom Metall-Kristall, die vor dem Durchschlag galvanometrisch bei geringen Feldstärken erhalten wurden, auf diese Beziehung hin untersucht. Wie aus Fig. 13 hervorgeht, ist die Beziehung (1) im allgemeinen recht gut, teilweise mit erheblicher Genauigkeit erfüllt.

Weiterhin ist die Größenordnung des Faktors α von Interesse, weil sich aus ihm die effektive Feldstärke bestimmen läßt. Ist die eingangs

angegebene Formel (1) für zwei Wertepaare i_1, V_1, i_2, V_2 erfüllt, so ergibt sich schließlich nach passender Umformung:

$$\alpha = \frac{6,8 \cdot 10^7}{\lg \left[\frac{i_2 \cdot V_1^2}{i_1 \cdot V_2^2} \right]} \left(\frac{1}{V_1} - \frac{1}{V_2} \right) \varphi^{3/2}. \quad (3)$$

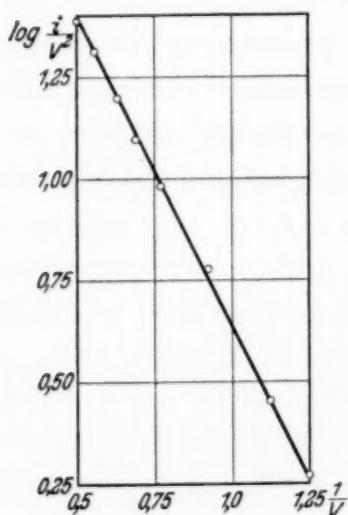


Fig. 13.

$\lg \frac{i}{V^2}$ als Funktion von $1/V$ für Messungen vor dem Durchschlag.

für α Werte der Größenordnung 10^6 bis 10^7 . Betrachtet man in erster Näherung die Kontaktfläche der Spitze und die Oberfläche des Halbleiters als die beiden Platten eines Plattenkondensators, so folgt für ihren Abstand d

$$d = 1/\alpha.$$

Dieser Abstand ergibt sich also zu 10^{-6} bis 10^{-7} cm. Hierbei ist der Einfluß der Spitze noch nicht berücksichtigt. Dieser bewirkt nach Fowler eine Vergrößerung der Feldstärke auf etwa das 100fache. Hieraus folgt die Dicke der Grenzschicht zu 10^{-4} bis 10^{-6} cm, was mit den rein experimentell gefundenen Werten von B. Claus gut übereinstimmt. Aus Versuchen von G. Hoffmann²⁾ ist ferner die Feldstärke bekannt, bei der ein Elektronenaustritt erfolgt. Da nun α durch (3) gegeben ist, läßt sich die Spannung, bei der ein merklicher Stromeinsatz erfolgt, berechnen. Die kritische Feldstärke für den Beginn kalter Elektronenemission liegt in der Größen-

¹⁾ G. Hoffmann, Phys. ZS. **22**, 422, 1922; ZS. f. Phys. **4**, 363, 1921.
²⁾ Siehe a. a. O.

ordnung 10^6 Volt/cm. Die entsprechenden Schwellspannungen errechnen sich zu 0,1 bis 1 Volt. Beobachtet wurde ein Stromeinsatz bei 0,3 bis 2,1 Volt, was bei Berücksichtigung der Abschätzung für φ als außerordentlich gute Übereinstimmung bezeichnet werden muß. Eine vollkommene Übereinstimmung ergibt sich für $\varphi = 1,26$ Volt.

Nach Sommerfeld ist ferner der theoretische Wert der inneren Austrittsarbeit gegeben durch:

$$W_i = \frac{h^2}{2m} \left(\frac{3n}{8} \right)^{2/3},$$

wo n die Anzahl der Leitungselektronen im cm^3 bedeutet. Wird diese in erster Näherung gleich der Zahl der Atome gesetzt, so folgt W_i für Kupfer = 6,9 Volt. Unter Benutzung dieses Wertes und des berechneten Zahlenwertes für α ergibt ein Überschlag für den wirksamen Querschnitt q

$$q \sim 10^{-14} \text{ cm}^2$$

und weniger. Wegen des schnellen Anwachsens der e -Potenz weisen die Einzelwerte erhebliche Differenzen auf. Durch mikrometrisches Ausmessen eines Spaltenabdruckes ergab sich eine Kontaktfläche von $4 \cdot 10^{-5} \text{ cm}^2$. Der Unterschied der Werte ist erklärlich durch die Annahme, daß die Elektronenemission hauptsächlich von geringen Unebenheiten der Elektrode erfolgt. Aus dem berechneten Werte ergeben sich wirksame Bezirke von der Größenordnung 10 bis 10^3 Moleküle. Am Kupferoxydul wurden ähnliche Verhältnisse gefunden: bei einer Zelle von 10 cm^2 Oberfläche wurde die emittierende Kontaktfläche zu 10^{-12} cm^2 errechnet.

In einer neueren Arbeit kommt Nordheim¹⁾, ebenfalls von Schottky und Sommerfeld ausgehend, zu einer Gleichung, die den speziellen Bedingungen des Detektors besser genügen soll als die soeben diskutierte. Bei der Anwendung dieser Relation auf die vorhandenen Meßwerte ergeben sich indessen erhebliche Diskrepanzen, über deren Ursache bei der Beschränktheit des experimentellen Materials noch keine Klarheit herrscht.

Eine Übereinstimmung mit den Formeln (1) und (2) ist natürlich nicht mehr zu erwarten, wenn die anliegende Spannung soweit gesteigert wird, daß sich der Volumeneffekt wesentlich an der Gleichrichtung beteiligt, wie das sicherlich bei den Durchschlagsuntersuchungen der Fall ist. Bei diesen Messungen wurde im Gebiet der unstetigen Grenzschichtdeformation eine Umkehr der Ventilrichtung gefunden, wodurch die Annahme der Gegenläufigkeit beider Effekte experimentell bestätigt wird. Um den Geltungsbereich der Formeln für die kalte Elektronenemission festzustellen, ist

¹⁾ L. Nordheim, ZS. f. Phys. 75, 434, 1932.

in Fig. 14 der Logarithmus der Stromstärke als Abhängige der reziproken Spannung aufgetragen. Aus ihr erkennt man, daß vor dem Durchschlag für beide Stromrichtungen eine lineare Beziehung zwischen den erwähnten Größen besteht, nach dem Durchschlag hingegen ein merklich gekrümmter Kurvenverlauf einsetzt. Hieraus ergibt sich, daß die gerichtete Leitfähigkeit nach der Grenzschichtdeformation nicht mehr den Gesetzen des Sperrschiertgleichrichtereffektes folgt, wodurch die Existenz eines zweiten Gleichrichtereffektes aus rein theoretischen Erwägungen heraus bestätigt wird. Ferner wurde der Versuch unternommen, die durch punktweise Abtastungen erhaltenen Ergebnisse mit der Theorie in Einklang zu bringen. Hierbei wurde wieder festgestellt, daß $\lg i$ nur bei geringen Spannungen mit $1/V$ proportional ist. Die Berechnung der Ventilwirkung verschiedener Spitzenmaterialien scheitert vorläufig daran, daß zur Bestimmung der emittierenden Kontaktflächen keine experimentellen Methoden vorhanden sind.

Bei der Auswertung der Abtastungen mit gleichem Spitzenmaterial verschiedener Berührungsfläche erkennt man, daß mit Vergrößerung der gemessenen Kontaktfläche die emittierende Fläche zunächst stark anwächst. Bei weiterer Spitzenverbreiterung nimmt dann die wirksame Fläche weniger schnell zu. Nach Nordheim u. a. findet die Elektronenemission von geringen, atomaren Unebenheiten der Metallelektrode statt. Durch Vergrößerung der Spitze wird also die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten

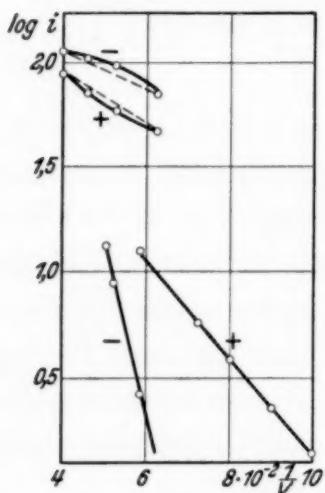


Fig. 14.
 $\lg i$ als Funktion von $1/V$ für Messungen vor und nach dem Durchschlag an der gleichen Kontaktstelle.

derartiger Flächen vergrößert und für diese Wahrscheinlichkeit bilden die wirksamen Kontaktflächen ein Maß.

Ehe der Photoeffekt an SiC näher diskutiert wird, scheint der Beweis notwendig, daß es sich bei den beobachteten Erscheinungen tatsächlich um eine lichtelektrische Wirkung handelt. Von F. Waibel¹⁾ ist nämlich kürzlich gefunden worden, daß die bei der Belichtung von Metalldetektoren erhaltenen Ströme fast ausschließlich thermoelektrischer Natur sind. Daß diese Vorstellung auf SiC nicht anwendbar ist, folgt bereits aus der Höhe der erzielten Spannungen (> 1 Volt). Ferner findet Waibel einen durchaus regellosen Wechsel der Stromrichtung. Auch dies ist bei den vorstehenden Untersuchungen nicht der Fall. Durch einen Luftstrom wurde Erniedrigung oder Umkehr der Stromrichtung, durch Erwärmung Vergrößerung

¹⁾ F. Waibel, ZS. f. Phys. **78**, 423, 1932.

dieses vermeintlichen Photoeffektes gefunden, während die Versuche an SiC hierfür das Gegenteil ergaben. Ferner wies der Thermoeffekt trotz Variation des Widerstandes um mehrere Zehnerpotenzen erhebliche Konstanz der Spannung auf. Die entsprechenden Messungen dieser Arbeit zeigen hingegen eine starke Abhängigkeit der Photo-EMK von den elektrischen Daten der Berührungsstelle. Waibel faßt seine Untersuchungen dahin zusammen, daß bei geringen Detektorwiderständen hauptsächlich ein Thermoeffekt auftreten wird. Die in Rede stehenden Versuche liefern hierzu das Gegenstück, da sie die Möglichkeit für das Auftreten einer lichtelektrischen Spannung bei hohen Widerständen ergeben.

Nachdem so der beobachtete Effekt einwandfrei als Photoeffekt nachgewiesen erscheint, sei die hauptsächlich von W. Schottky¹⁾ entwickelte Erklärung skizziert. Nach dieser Vorstellung löst das Licht im Halbleiter Elektronen aus und wirft sie durch die Sperrsicht hindurch auf das Metall. Der Rückfluß der Elektronen erfolgt teils durch die Grenzschicht selbst, teils durch einen äußeren Stromkreis. Voraussetzung für die Beobachtbarkeit dieses Effektes ist die Existenz einer sehr dünnen Schicht hohen Widerstandes zwischen Metall und Halbleiter. Für die Dimension der Grenzschicht ergeben sich Größenordnungen, die mit denen übereinstimmen, welche bei stark unipolarer Leitung wirksam sind. Wie man leicht einsieht, wird die Größe des Effektes vom Widerstand des äußeren Stromkreises abhängen. Ist dieser ein Extremum, so erhält man die Leerlaufspannung oder den Kurzschlußstrom. Quantitativen Messungen war am SiC-Detektor nur die Leerlaufspannung gut zugänglich, dessen Messung elektrometrisch durchgeführt wurde. Daß der lichtelektrische Elementarakt nicht in der Sperrsicht selber stattfindet, folgt aus der in dieser Arbeit untersuchten Richtungsabhängigkeit des eingestrahlten Lichtes. Bei seitlicher Beleuchtung ergab sich nämlich ein sehr starker Rückgang der lichtelektrischen Leistung, was mit der Annahme übereinstimmt, daß die Photonen in einer tieferen Schicht frei gemacht werden, für die bei seitlichem Einfall eine starke Absorption des Lichtes auftritt.

Ferner erwies sich der lichtelektrische Effekt von der Berührungsstelle und dem Kontaktdruck abhängig. Er wurde nur bei sehr geringen Drucken, also bei hohen Grenzschichtwiderständen festgestellt, was deutlich den von der Theorie geforderten Einfluß der Sperrsicht zeigt. Einleuchtend ist, daß bei geringerem Sperrsichtwiderstand ein größerer Teil der Photonen durch diese zurückströmt als im umgekehrten Falle. Die Tatsache, daß zwischen der gerichteten Leitfähigkeit und der lichtelektrischen Spannung

¹⁾ W. Schottky, Phys. ZS. **31**, 913, 1930; **32**, 839, 1931.

Proportionalität gefunden wurde, läßt sich so deuten, daß die Sperrsicht in solchen Fällen eine für das Auftreten einer hohen EMK besonders günstige Dimension besitzt.

Die gefundene Sättigung bei steigender Lichtintensität steht mit den entsprechenden Beobachtungen an Kupferoxydul im Einklang. Berücksichtigt man, daß höhere Temperatur das Isolationsvermögen der Sperrsicht vermindert, so ist das Absinken der Photospannung bei Temperatursteigerung verständlich. Nach B. Lange¹⁾ braucht hierbei der eigentliche Photoeffekt, nämlich die Anzahl der lichtelektrischen Elementarprozesse, nicht temperaturabhängig zu sein. Es ist leicht möglich, daß die gemessene Abhängigkeit nur durch Leitfähigkeitserhöhung der Grenzsicht vorgetäuscht wird. In dem untersuchten Gebiet von 20 bis 220° C läßt sich die erzielte Spannung als Funktion der Temperatur durch den Ausdruck

$$V = V_{20} (1 + \alpha \cdot t), \text{ wo } \alpha = -0,0023$$

darstellen. Im Gebiet tieferer Temperaturen konnte Lange eine entsprechende Beziehung für den Gang der Stromstärke an Kupferoxydul feststellen. Eigentlich ist nun, daß bei umgekehrter Ventilwirkung öfters auch ein Photoeffekt in entgegengesetzter Richtung beobachtet werden konnte. Diese Erscheinung kann als Kristallphotoeffekt gedeutet werden. Hierbei wird sich nach Dember²⁾ die Elektronenkonzentration längs des Lichtweges im Kristall so ändern, daß sich an der dem Licht zugewandten Kristallfläche ein Elektronenüberschuß ausbildet. Dadurch erhält die unbelichtete Fläche eine positive Aufladung gegenüber der belichteten, wodurch sich diese Erscheinung erklärt.

Zusammenfassung.

In Übereinstimmung mit früheren Publikationen wird festgestellt, daß die elektrischen Eigenschaften des SiC-Detektors wesentlich davon abhängen, ob der betreffende Kristall mit einer oberflächigen Quarzsicht behaftet ist oder nicht. Über die beiden Komponenten der Ventilwirkung, die zur Deutung dieser Tatsache angenommen werden, ergeben die Untersuchungen der vorliegenden Arbeit folgende Einzelheiten.

Der Sperrsichteffekt tritt nur bei geringen Stromstärken auf und zeigt eine stark ausgeprägte Ventilwirkung, für deren Zustandekommen das Spitzenmaterial von wesentlicher Bedeutung ist. Mit steigender Belastung erfolgt je nach der Größe der Grenzsicht ein kontinuierlicher oder unstetiger Übergang in den Volumeneffekt. Auf Grund von Durchschlags-

¹⁾ B. Lange, Phys. ZS. **32**, 855, 1931. — ²⁾ A. Dember, ZS. f. Phys. **32**, 554, 856, 1931; **33**, 207, 1932.

versuchen wird ferner die Gegenläufigkeit beider Komponenten experimentell sichergestellt.

Abtastungen ergeben, daß der Volumeneffekt eine relativ schlechte Ventilwirkung aufweist und wenig oder garnicht von der Wahl des Spitzematerials abhängt. Zu seiner Deutung werden Inhomogenitäten des Kristallvolumens herangezogen. Eine Stützung dieser Hypothese gibt die Beobachtung, daß auch bei Verwendung gleicher Elektroden eine unipolare Leitung auftritt, die sich bei Variation eines Berührungspunktes regellos ändert.

Im Zusammenhang mit diesen Erscheinungen wird ein lichtelektrischer Effekt am SiC-Detektor gefunden, der durch die Größe der erzielten Spannungen (2 Volt) Interesse beansprucht. Punktweise Abtastungen zeigen, daß der Photoeffekt sich stark bei Variation der Kontaktstelle ändert. Weitere Untersuchungen ergeben, daß an lichtelektrisch wirksamen Punkten stets eine stark ausgeprägte Ventilwirkung auftritt.

Bei Steigerung der Lichtintensität wird nur in kleineren Bereichen lineare Abhängigkeit zwischen den lichtelektrischen Daten und der Beleuchtung gefunden. Bei weiterer Vergrößerung der Intensität treten deutliche Sättigungserscheinungen auf. Untersuchungen über den Einfluß der Richtung des auftreffenden Lichtes ergeben für senkrechte Incidenz ein scharf ausgeprägtes Maximum. Mit steigender Temperatur nimmt die lichtelektrische Spannung nahezu linear ab.

Bei der Deutung des Gleichrichter- und Photoeffektes zeigt sich, daß die Versuche an SiC vielfach mit entsprechenden an anderen unipolar leitenden oder lichtelektrisch wirksamen Stoffen in Übereinstimmung sind. Die theoretische Auswertung des Sperrsichtgleichrichtereffektes ergibt für die Grenzschichtdicke und den emittierenden Querschnitt der Spitze plausible Resultate, die mit anderweitig gewonnenen gute Übereinstimmung zeigen.

Meinem hochverehrten Lehrer, Herrn Prof. G. Hoffmann, spreche ich meinen herzlichen Dank aus für die Anregung zu dieser Arbeit und für mannigfaltige Ratschläge, die er mir bei ihrer Durchführung zuteil werden ließ. Desgleichen danke ich Herrn Prof. A. Smekal für sein wohlwollendes Interesse. Mein Dank gilt ferner Herrn Dr. B. Claus, der mir wertvolle Hinweise gab und mir bei der Auswertung des Materials zur Seite stand. Schließlich danke ich den Deutschen Carborundwerken für die freundlicherweise zur Verfügung gestellten Kristalle.

Halle (Saale), Institut für Experimentalphysik der Martin Luther-Univ.

(Aus dem Forschungsinstitut der AEG.)

Polarisation der Elektronen in magnetischen Feldern.Von **E. Rupp.**

Mit 7 Abbildungen. (Eingegangen am 7. Juni 1934.)

Es werden neue Versuche über die Polarisation der Elektronen bei zweimaliger Reflexion um 90° mitgeteilt. Der Analysator wird gedreht und die Elektronenverteilung im Azimutwinkel wird photographisch registriert. Mit Elektronen von 250 kV beträgt die Polarisation an Goldfolien etwa 10%. In longitudinalen Magnetfeldern wird eine Drehung des Polarisationsmaximums in der Azimutalebene nachgewiesen. In einem transversalen Magnetfeld bestimmter Stärke parallel zur Einfallsebene wird das Polarisationsmaximum aus der Azimutalebene heraus in die Richtung des Elektronenstrahles gedreht und damit dem Nachweis in der Azimutalebene entzogen. Die Drehung des Polarisationsmaximums in der Azimutalebene bzw. aus der Azimutalebene heraus steht im Einklang mit rechnerischen Überlegungen. Die Versuchsergebnisse werden durch Kreiselüberlegungen nur dann gut wiedergegeben, wenn man die relativistische Zeitverzögerung in der Rechnung berücksichtigt.

1. Aufgabenstellung. In zwei vorhergehenden Untersuchungen¹⁾ wurde der Nachweis einer Polarisation der Elektronen bei zweimaliger Streuung um 90° erbracht und die Abhängigkeit der Polarisation von der Strahlgeschwindigkeit für Gold und Thallium gemessen. So wurde bei 250 kV gefunden, daß der Elektronenstrahl, der zweimal um 90° im gleichen Drehsinn an Gold gestreut worden war, um 9 bis 10% intensiver war, als der Strahl mit Umkehrung des Drehsinns. Das Polarisationsmaximum konnte durch ein transversales Magnetfeld passender Stärke, dessen Kraftlinien parallel zur Einfallsebene des Elektronenstrahles lagen, aus der Azimutalebene heraus in die Strahlrichtung hineingedreht und somit zum „Verschwinden“ gebracht werden, d. h. dem Nachweis in der Azimutalebene entzogen werden. Der Kürze halber sei im folgenden dieser Vorgang als „Verschwinden der Polarisation“ bezeichnet.

Die vorliegende Untersuchung befaßt sich ebenfalls mit der Polarisation der Elektronen bei zweimaliger Streuung um 90° an Gold. Die Strahlgeschwindigkeit wird zu 250 kV gewählt. Im Gegensatz zu den früheren Untersuchungen ist der Analysator drehbar angeordnet, so daß die Elektronenstreuung in verschiedenen Azimutwinkeln gemessen werden kann. Der Elektronenstrom vom Analysator zum Auffänger wird während der Drehung photographisch registriert.

¹⁾ E. Rupp, ZS. f. Phys. **79**, 642, 1932; **88**, 242, 1934.

Der Hauptteil der Untersuchung behandelt das Verhalten der Elektronenpolarisation in magnetischen Längs- und Querfeldern. Die Drehung der Polarisation im Längsfeld und ihr Verschwinden im Querfeld wird messend verfolgt. Die Resultate werden durch Kreiselüberlegungen nur dann gut wiedergegeben, wenn man die relativistische Zeitverzögerung in der Rechnung berücksichtigt.

2. Versuchsverfahren. Die Fig. 1 zeigt das Versuchsschema. Ein Elektronenstrahl von 250 kV wird zunächst an der dünnen Goldfolie *P* polarisiert. Eine zweite dünne Goldfolie *A* dient als Analysator der Polarisation. Sie wird zusammen mit dem Auffänger *F* um *PA* als Achse gedreht, so daß die Azimutverteilung der Elektronen registriert werden kann. In der Stellung der Fig. 1 sei der Azimutwinkel mit 0° bezeichnet. Die Zeichenebene sei Einfallsebene *E* genannt. Zwischen Analysator und Polarisator werden magnetische Felder eingefügt. Die Kraftlinien des Längsfeldes laufen parallel zum Strahl zwischen *P* und *A*. Bei Anwendung des Querfeldes stehen die Kraftlinien senkrecht zum Elektronenstrahl zwischen *P* und *A*. Das Querfeld kann dann noch zwei Hauptrichtungen haben: Einmal verlaufen die Kraftlinien parallel der Einfallsebene *E*, das andere Mal stehen sie senkrecht zu *E*. Versuche mit Aluminiumfolien (Abschnitt 6) gestatten eine Kontrolle der Versuchsanordnung auf Fehler geometrischen und elektrischen Ursprungs.

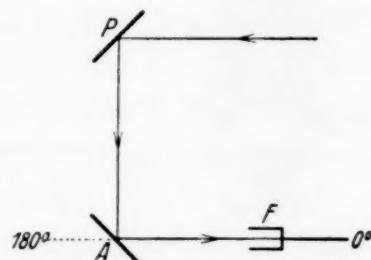


Fig. 1.
Schema der Versuchsanordnung.

3. Beschreibung der Versuchsröhre mit magnetischem Querfeld. Die Versuchsröhre ist in der Fig. 2 halbschematisch dargestellt. Die Hochspannungsrohre bis zur Goldfolie *P* ist dieselbe wie früher beschrieben¹⁾ (siehe dortige Fig. 2); die von *P* um 90° gestreuten Elektronen gelangen durch die zwei Rundblenden *b*₁ und *b*₂ von 0,5 mm Durchmesser zum Analysator *A*. Die Entfernung *b*₁ *b*₂ ist 100 mm. Die Blenden mit ihren Fassungen dienen gleichzeitig zur Abschirmung des Magnetfeldes. Sie sind unterteilt und jede besteht aus vier Blechen von 0,5 mm Dicke aus Permalloy. Die Magnetspule *M* umgibt das hier auf 20 mm Durchmesser verjüngte Glasrohr. Das Magnetfeld außerhalb der Glasröhre wird ebenfalls durch Bleche aus Permalloy bzw. Mu-Metall abgeschirmt. Diese Schirme sind in der Fig. 2 nicht eingezeichnet. Die Eichung der Spule wird im Abschnitt 9 beschrieben.

¹⁾ ZS. f. Phys. 79, 642, 1932.

Das Innere der Blendenröhre enthält Scheiben aus Wolframblech¹⁾, um Röntgenstrahlen abzuhalten; der Röhrenteil mit dem Analysator *A* ist im Bleiblech eingeschlossen.

Der Analysator *A*, eine dünne Goldfolie, ist zusammen mit dem Auffängerkäfig *F* drehbar angeordnet. Die Drehung erfolgt mittels des Eisenankers *E*, der durch einen Magneten außerhalb der Röhre bewegt wird.

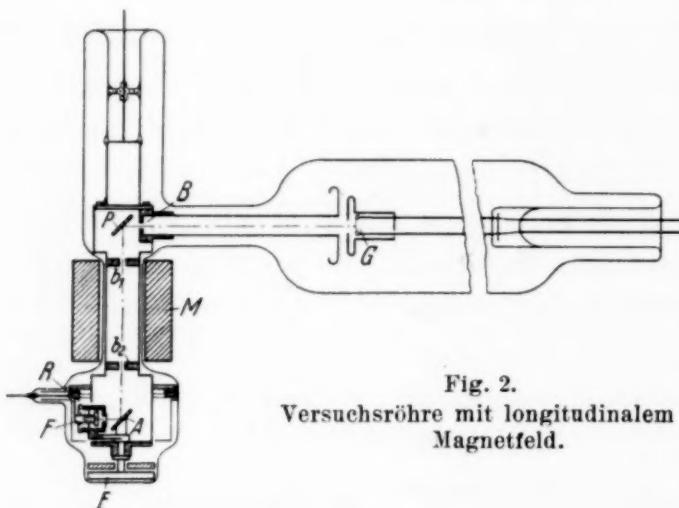


Fig. 2.
Versuchsröhre mit longitudinalem
Magnetfeld.

Magnet und Anker sind in Mu-Metall eingekapselt. Der quarzisierte Faraday-Käfig ist über einen Schleifbügel mit dem Ring *R* verbunden, der durch eine Einschmelzung an ein Fadenelektrometer angeschlossen ist. Der Ring *R* ist vom Gehäuse isoliert und statisch geschützt. Die Kappe vor dem Faraday - Käfig hat

2 mm Öffnung, die durch eine Goldfolie verschlossen ist, um langsame Elektronen vom Auffänger abzuhalten. Der Elektronenstrahl läuft von der Anode an in geerdeten Kupferhülsen. Alle Metallteile werden durch Hochfrequenz ausgeheizt. Eine große Stahlpumpe evakuiert die Röhre.

4. Elektrische Meßanordnung. Die Messung der Hochspannung erfolgt mit einem Starke-Schröderschen Elektrometer. Die in den Auffänger *F* gelangenden Elektronen werden mittels eines Einfadenelektrometers mit Widerstandsableitung gemessen. Das Elektrometer mit allen Zuleitungen befindet sich in einem mit Bleiblech ausgeschlagenen Kasten. Die Ausschläge des Fadens werden photographisch registriert. Dazu ist die Vorwärtsbewegung des photographischen Papiers mit der Drehung des Eisenankers *E* gekuppelt. Zur genauen Bestimmung des Azimutwinkels wird nach je 45° Drehung des Ankers eine Lichtmarke auf das Papier gedruckt. Die photographische Registrierung ermöglicht ein schnelleres Arbeiten als die subjektive Ablesung. Die Aufnahmetrommel dreht sich in etwa 2 Minuten um 360°.

Die elektrometrische Messung mit Ableitewiderstand arbeitet viel störungsfreier als die Messung mit Verstärkerröhre und Galvanometer.

¹⁾ In Fig. 2 nicht eingezeichnet.

5. *Meßkontrollen.* Der Strom vom Glühdraht *G* zur Anode wird laufend abgelesen. Er beträgt 0,5 bis 2 mA. Änderungen dieses Stromes bedingen entsprechende Änderungen der Elektrometeraufladung und damit der Registrierkurve. Es werden daher nur solche Registrierkurven ausgewertet, während deren Aufnahme der Anodenstrom keine merklichen Schwankungen zeigte.

Würde der Faraday-Käfig *F* beim Drehen mehr oder weniger stark von Röntgenstrahlen aus den Metallteilen der Röhre getroffen, so könnten leicht periodische Schwankungen in den Registrierkurven vorgetäuscht werden. Daß solche Störungen jedoch nicht auftraten, wird durch den folgenden Leerversuch erwiesen: Der Platz der Goldfolie bei *A* wird freigelassen und die Röhre nur mit einer Goldfolie bei *P* in Betrieb genommen. Bei 250 kV weisen jetzt die Registrierkurven keinerlei periodische Schwankungen auf, sondern lediglich einen geringen konstanten Ausschlag. Dieser Ausschlag wird bei den Messungen zur Feststellung des Polarisationsbetrages in Abzug gebracht. Er ist großenteils durch Streuelektronen verursacht, denn er geht stark zurück, wenn man den Elektronenstrahl zwischen *P* und *A* durch einen Magneten ablenkt.

Die Elektrometerempfindlichkeit wird laufend kontrolliert und so eingestellt, daß der Ausschlag bei 0° etwa 40 Skt. groß ist. Änderungen des Ausschlages um $\frac{1}{2}$ Skt. können noch deutlich auf den Registrierkurven abgelesen werden. Wird der Anodenstrom geändert, so wird die Elektrometerempfindlichkeit entsprechend nachreguliert, bis der Ausschlag wieder 40 Skt. beträgt. Für die in Betracht kommenden Versuchszeiten (eine Umdrehung des Analysators in 2 Minuten) stellt sich der Elektrometerfaden trägeitsfrei ein.

Fehler in der Bestimmung des Azimutwinkels sind dadurch vermieden, daß die Trommel, die nach einer Drehung um 45° jeweils den Lichtstrahl freigibt, auf derselben Achse wie die Registertrommel sitzt. Das erdmagnetische Feld war kompensiert ebenso wie in der früheren Untersuchung. Die Metallfolien wurden durch Aufdampfen im Hochvakuum hergestellt und lochfreie Folien ausgewählt. Die Folien wurden wiederholt ausgewechselt, ohne daß sich dadurch andere Polarisationsbeträge ergeben hätten.

6. *Kontrollversuche mit Aluminiumfolien.* Zur Kontrolle der Apparatur wurden zunächst anstelle der Goldfolien bei *P* und *A* Aluminiumfolien angebracht. Da die Polarisation stark mit der Ordnungszahl des Reflektors zunimmt¹⁾, waren in diesem Falle keine

¹⁾ Vgl. E. Rupp, Phys. ZS. **33**, 161, 1932.

merklichen Schwankungen der zweimal reflektierten Elektronen beim Drehen des Analysators *A* zu erwarten. Eine derartige Registrierkurve ist in der Fig. 3a wiedergegeben. Abszisse ist der Azimutwinkel mit den angegebenen Winkelwerten. Ordinate ist der Elektrometerausschlag. Auf dem Registrierpapier entsprechen 0,8 mm etwa 1 Skt. Änderung des Ausschlages. Ein Ausweichen der Kurve nach unten bedeutet Abnahme des Ausschlages.

Bei der zweimaligen Streuung an Aluminium treten keine periodischen Änderungen auf. Die Registrierkurve zeigt lediglich einen gleichmäßigen Gang, der auf eine geringe zeitliche Intensitätsabnahme des auf *P* auftreffenden Strahles zurückzuführen ist. Durch diese Messungen ist nachgewiesen, daß die Apparatur zur Durchführung der Polarisationsuntersuchungen geeignet ist und daß eine Störung durch Röntgenstrahlen nicht auftritt. Durch besondere Versuche wurde nachgeprüft, daß auch bei Anschalten des magnetischen Querfeldes keine periodischen Schwankungen auftraten.

7. Messungen an Gold ohne Magnetfeld. Nun werden die Goldfolien (Dicke etwa 10 μ) in die Röhre eingebbracht und die gleichen Registrierungen bei der gleichen Spannung von 250 kV ausgeführt. In Fig. 3b ist eine solche

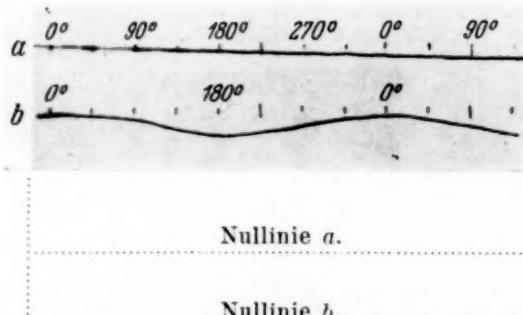


Fig. 3. Versuche ohne Magnetfeld. 250 kV.

- a) Kontrolle an Aluminium.
- b) Polarisation an Gold.

Die Fig. 3, 5 und 7 sind im Verhältnis 1:1,5 verkleinert gegenüber den Originalaufnahmen.

Registrierkurve wiedergegeben, die auf dasselbe photographische Papier wie die Fig. 3a aufgenommen worden ist. Man erkennt deutlich eine periodische Stromschwankung mit einem Maximum für 0° und einem Minimum für 180° . Die Abweichung zwischen Maximum und Minimum beträgt etwa 4 Skt. bei einem Absolutausschlag von 40 Skt. Die Polarisation hat also eine Größe von etwa 10% in Übereinstimmung mit den früheren oben zitierten Messungen¹⁾ an einem Golddraht. Ebenso liegt das Maximum

¹⁾ E. Rupp, ZS. f. Phys. **79**, 642, 1932.

bei dem Azimutwinkel, wo zweimalige Streuung im gleichen Drehsinn stattgefunden hat (siehe Fig. 1). Ausführliche Angaben über die Winkel-lagen der Maxima und Minima sind weiter unten in der Tabelle 1 zusammen-gestellt.

8. Beeinflussung der Polarisation durch magnetische Felder¹⁾. In einem Magnetfeld beschreibt ein magnetisches Elektron eine Präzession, deren Periode τ_0 von der Feldstärke H abhängig ist, gemäß

$$\tau_0 = \frac{2\pi m c}{e H}. \quad (1)$$

Durch das Magnetfeld können nur solche Komponenten des Elektronen-spins beeinflußt werden, die senkrecht zu den Kraftlinien stehen.

Ein *longitudinales* Magnetfeld kann daher nur diejenigen Spin-komponenten beeinflussen, die senkrecht zum Elektronenstrahl stehen. Es wird diese Spinkomponenten als Ganzes um die Strahlrichtung herum-drehen entsprechend der Präzessionsdrehung eines einzelnen Elektrons. So wird sich bei Zunahme des Magnetfeldes das Maximum der Elektronen-polarisation von 0° weg zu einem anderen Azimutwinkel verschieben. Die Winkeldrehung kann leicht berechnet werden. Für einen ruhenden Elektronenkreisel, auf den während der Zeit t ein Magnetfeld H einwirkt, ist der Drehwinkel gegeben durch

$$\varphi = \frac{2\pi t}{\tau_0}. \quad (2)$$

Durchfliegt das Elektron in einem Magnetfeld in Richtung des Feldes die Strecke l mit der Geschwindigkeit v , so wirkt das Magnetfeld während der Zeit $t = l/v$ auf den Elektronenkreisel ein.

Nun beträgt bei unseren Versuchen mit 250 kV die Strahlgeschwindigkeit v 74% der Lichtgeschwindigkeit. Nach der speziellen Relativitäts-theorie ist der Lauf einer bewegten Uhr um den Faktor $\sqrt{1 - (\frac{v}{c})^2}$ verzögert. Das gilt unabhängig von der besonderen Beschaffenheit der Uhr und man darf erwarten, da der präzessierende Elektronenkreisel ja auch eine Uhr darstellt, daß die Präzessionsperiode τ des in der Richtung des magnetischen Feldes bewegten Elektrons um den gleichen Faktor größer ist als die Präzessionsperiode τ_0 des im Felde ruhenden Elektrons. Der zu erwartende Drehwinkel ist also

$$\varphi = \frac{2\pi l}{\tau_0 v} \sqrt{1 - \beta^2} = \frac{e H l}{m c^2 \beta} \sqrt{1 - \beta^2}. \quad (3)$$

¹⁾ E. Rupp u. L. Szilard, Naturwissensch. **19**, 422, 1931.

Die Versuche im Längsfeld gestatten demnach Aussagen über die Größe der Präzessionsperiode und über die relativistische Zeitverzögerung.

Läßt man ein *transversales* Magnetfeld auf den polarisierten Elektronenstrahl einwirken, so darf man außerdem noch Aufschlüsse über die Spinverteilung in bezug zur Einfallsebene E erwarten. Da der Elektronenstrahl durch das transversale Feld aber abgelenkt wird, muß die Ablenkung durch ein elektrisches Feld E kompensiert werden, das senkrecht zum Magnetfeld H steht. Beide Felder müssen der Gleichung $E = 300 \frac{v}{c} H$ gemäß so aufeinander abgepaßt werden, daß vom bewegten System aus betrachtet kein elektrisches Feld vorhanden ist. Dann tritt an Stelle der Gleichung (3) die neue

$$\varphi' = \frac{2\pi l}{\tau_0 v} (1 - \beta^2) = \frac{e H l}{mc^2 \beta} (1 - \beta^2), \quad (4)$$

in der sich der relativistische Einfluß besonders stark geltend macht.

Sind die Spinkomponenten senkrecht zum Elektronenstrahl um die Strahlachse gleichmäßig verteilt, so ist es einerlei, wie das transversale Magnetfeld zur Einfallsebene E orientiert ist. Bevorzugen die Komponenten aber beispielsweise die Richtung senkrecht zur Einfallsebene, so wird ein transversales Magnetfeld, dessen Kraftlinien ebenfalls senkrecht zur Einfalls ebene verlaufen, die Elektronenkreisel nicht beeinflussen. Anders aber ein transversales Feld, dessen Kraftlinien parallel der Einfallsebene E liegen. Es ist dann zu erwarten, daß bei einer bestimmten Feldstärke, die einem Drehwinkel $\varphi' = 90^\circ$ entspricht, die Spinkomponenten um die Strahlachse symmetrisch verteilt sind. In diesem Falle wird die Polarisierung der Elektronen in der Azimutalebene verschwinden.

Erhöhen wir das Magnetfeld auf den doppelten Betrag bis zum Drehwinkel $\varphi' = 180^\circ$, so werden sich alle Richtungen der Spinkomponenten umkehren und das Intensitätsmaximum, das für $H = 0$ bei 0° lag, wird jetzt bei 180° zu erwarten sein.

9. Die Elektronenpolarisation im longitudinalen Magnetfeld. Wie erwähnt, ist die Versuchsröhre in der Fig. 2 dargestellt. Vor dem Einbau der Spule in die Röhre wurde das Magnetfeld topographisch vermessen. Die Spule hat etwa 2500 Windungen aus 0,4 mm starkem Draht. Die Länge der Spule beträgt 100 mm, ihr Innendurchmesser 24,5 mm. Zur Messung der Feldverteilung dient eine Probespule von 20 Windungen, die parallel der Spulenachse in verschiedenen Entfernung vom Spulenende aufgestellt wird.

Für einen Spulenstrom von 0,985 Amp. ist das Ergebnis der Messung in der Fig. 4 dargestellt. Abszisse ist die Spulenlänge l in mm, Ordinate die Feldstärke in Gauß. Belegt man die einzelnen Feldmessungen mit Gewichten entsprechend den Wegstrecken, auf denen sie gelten, so erhält man als Mittelwert für das Spuleninnere 278 Gauß. Außerhalb der Blenden $b_1 b_2$ sinkt die Feldstärke sehr rasch ab. Sie beträgt zwischen 5 bis 10 mm Entfernung vom Spulenende 24 (rechte Seite) bzw. 28 (linke Seite) Gauß.

Mit diesem Magnetfeld $H = 278$ Gauß ist eine Verdrehung der Polarisation um $\varphi = 86^\circ$ zu erwarten, wenn $l = 10$ cm und $v/c = 0,74$ entsprechend 250 kV.

Die Polarisationsmessungen wurden wieder photographisch registriert. In der Fig. 5 sind solche Registrierkurven wiedergegeben, die unmittelbar nacheinander aufgenommen worden sind. Kurve a gilt für $H = 0$. Das Maximum der Polarisation liegt bei 0° , das Minimum bei 180° . Bei der Kurve b beträgt das Magnetfeld $+278$ Gauß. Das Maximum ist jetzt um etwa 90° verdreht und ebenso das Minimum. Bei der Kurve c fließt der Strom in der Magnetspule umgekehrt, die Feldstärke ist also -278 Gauß. Jetzt ist eine Verdrehung um etwa 90° im umgekehrten Sinne gegenüber der Kurve a festzustellen. Wo in der Kurve b ein Maximum lag, liegt jetzt ein Minimum, die Verdrehung zwischen der Kurve b und c beträgt also etwa 180° .

Über das Vorzeichen der Drehung ist folgendes zu sagen: Fließt der Strom in der Magnetspule von $+$ nach $-$ im Sinne des Uhrzeigers ($+278$ Gauß), so erfolgt die Verdrehung des Polarisationsmaximums ebenfalls im Sinne des Uhrzeigers. Kehrt man die Stromrichtung um, so kehrt sich auch die Verdrehung um.

Die folgende Tabelle 1 gibt eine Zusammenstellung der Lage der Maxima und Minima für eine größere Anzahl Registrierkurven. In der ersten Spalte ist die Nummer der Registrierkurve angeführt. Der Fehler in der Bestimmung des Azimutwinkels beträgt infolge der Breite der Maxima

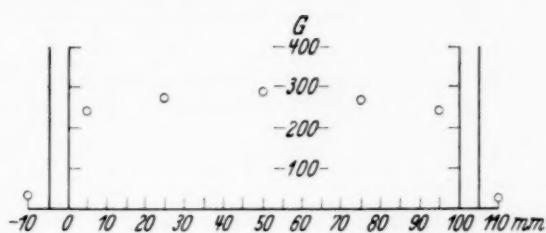


Fig. 4. Vermessung der Magnetspule.

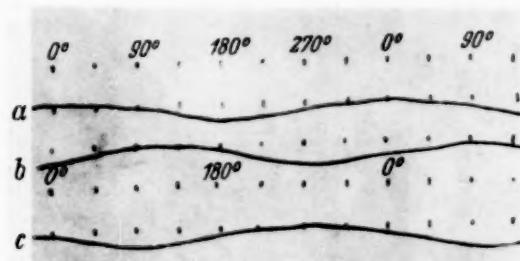


Fig. 5. Versuche im longitudinalen Magnetfeld.
 $a \cdot H = 0$, $b \cdot H = +278$ Gauß,
 $c \cdot H = -278$ Gauß.

Die Nulllinien sind weggefallen, sie liegen hier und in Fig. 7 etwa 21 mm unter der jeweiligen Kurve.

$\pm 10^\circ$. In der untersten Zeile sind die Mittelwerte der Winkelstellungen angegeben.

Tabelle 1.
Lage der Maxima und Minima bei verschiedenen Feldstärken H im longitudinalen Feld.

Nr.	$H = 0$			Nr.	$H = + 278$ Gauß			Nr.	$H = - 278$ Gauß		
	1. max.	1. min.	2. max.		1. max.	1. min.	2. max.		1. min.	2. max.	2. min.
28	10°	180°	10°	36	110°	280°	90°	37	100°	280°	100°
32	0	180	-10	40	80	270	90	39	90	280	100
34	10	170	0	41	80	270	80	56	80	280	90
35	10	190	-- 5	43	80	280	90	58	80	260	110
38	-10	170	-5	45	90	260	110	62	90	280	100
72	10	190	10	49	90	270	110	63	80	270	80
76	5	185	10	52	80	260	90	64	80	270	100
84	0	190	-10	53	100	280	100	66	90	260	90
86	0	180	5	54	100	280	90	69	100	270	100
Mittel	4°	182°	0°		90°	272°	94°		88°	272°	96°

Die Verdrehungen φ erhält man dadurch, daß man die Winkeldifferenzen der Mittelwerte entsprechender Spalten bildet. Man findet so

$$\begin{aligned}+ 278 \text{ zu } 0 \text{ Gauß } & 86^\circ - 90^\circ - 94^\circ, \\- 278 \text{ zu } 0 \text{ Gauß } (92^\circ) & - 94^\circ - 88^\circ.\end{aligned}$$

Der Fehler in dieser Bestimmung beträgt $\pm 10^\circ$. Nach der Rechnung ist, wie oben angegeben, eine Verdrehung $\varphi = 86^\circ$ zu erwarten. Dieser Wert ist demnach innerhalb der Versuchsfehler in Übereinstimmung mit den experimentell gefundenen.

Ohne Berücksichtigung der relativistischen Zeitverzögerung wäre ein Drehwinkel von 126° zu erwarten. Die Abweichung gegenüber den hier gemessenen Verdrehungen ist so groß, daß aus unseren Versuchen auf die Gültigkeit der relativistischen Formel geschlossen werden darf.

10. Die Elektronenpolarisation im transversalen Magnetfeld. Mit einem transversalen Magnetfeld wurden nur solche Versuche ausgeführt, in denen die Kraftlinien parallel zur Einfallsebene E verliefen. In diesem Falle ist ein Verschwinden der Polarisation bei einem Magnetfeld von 440 Gauß zu erwarten, wenn $l = 10$ cm und $v/e = 0,74$ ist.

Die Versuchsröhre ist in Fig. 6 dargestellt. Bis auf die Drehvorrichtung für den Analysator A ist sie genau so gebaut wie die früher beschriebene Röhre¹⁾ (a. a. O., dortige Fig. 4). Ein Elektromagnet mit Eisenkern und mit Polschuhen im Innern der Röhre liefert das transversale Feld. Die Länge der

¹⁾ E. Rupp, ZS. f. Phys. **79**, 650, 1932.

Polschuhe beträgt $l = 10$ cm. An beiden Enden tragen sie die unterteilten Blendenbleche aus Permalloy zur Abschirmung des Magnetfeldes. Die Blendenöffnung ist 0,5 mm. Der Abstand der Polschuhe beträgt 10 mm. Der Streufluß des Magnetfeldes ist durch Panzerung der ganzen Spule abgeschirmt.

Zur Kompensierung der magnetischen Strahlablenkung dienen zwei Elektroden, von denen die obere in der Fig. 6 zwischen den Polschuhen

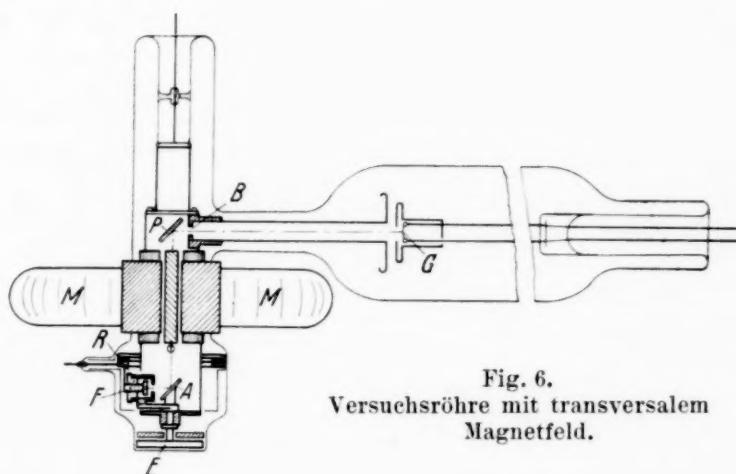


Fig. 6.
Versuchsröhre mit transversalem
Magnetfeld.

sichtbar ist. Ihre Länge ist 10 cm, der Elektrodenabstand 4 mm. Die kompensierende elektrische Spannung wird an einen Potentiometerwiderstand abgegriffen. Sie wurde empirisch zu 39400 Volt bei einem Magnetfeld von 440 Gauß bzw. 81200 Volt bei dem doppelt so großen Feld von 880 Gauß ermittelt. Daß sie bei dem doppelt so großen Magnetfeld etwas höher als doppelt so groß gewählt werden mußte, liegt wahrscheinlich an Sprühverlusten. Das Magnetfeld zwischen den Polschuhen wurde topographisch vermessen mittels einer Probespule und mittels einer Wismutspirale. Sein Mittelwert ist 440 ± 20 Gauß in der einen Versuchsreihe, bzw. 880 ± 30 Gauß in der anderen. Unmittelbar außerhalb der Blenden sinkt es auf 30 Gauß und nimmt mit der Entfernung von den Blenden rasch noch weiter ab.

In der Fig. 7 sind drei nacheinander aufgenommene Registrierkurven bei verschiedenen Magnetfeldern wiedergegeben. Für $H = 0$ (Kurve a) haben wir wieder das Maximum bei 0° und das Minimum bei 180° . Wird jetzt ein Magnetfeld von 440 Gauß eingeschaltet, so erhält man die Kurve b. Hier sind die periodischen Schwankungen völlig verschwunden, nur noch ein schwacher gleichmäßiger Elektrometergang ist verblieben. Wird das Magnetfeld auf 880 Gauß erhöht (Kurve c), so finden wir nun ein Minimum

bei 0° und ein Maximum bei 180° . Diese Kurve ist also gegenüber der für $H = 0$ um 180° verschoben¹⁾.

Das Verschwinden der Polarisation bei 440 Gauß ist in Übereinstimmung mit den theoretischen Erwartungen gemäß der Gleichung (4). Leider ist die Genauigkeit, mit der das Verschwinden festgestellt werden kann, nicht groß, denn bei geringen Polarisationsbeträgen werden die Maxima sehr

flach und ebenso stört die Breite der Registrierkurve. Die Fehler dürften $\pm 10\%$ betragen.

Das Verschwinden der Polarisation ist unabhängig vom Vorzeichen des Magnetfeldes, wie durch Umkehrung der Stromrichtung nachgewiesen werden konnte.

Fig. 7. Versuche im transversalen Magnetfeld.
a · $H = 0$, b · $H = 440$ Gauß, c · $H = 880$ Gauß.

Da der relativistische Einfluß sich gerade im Falle des transversalen Feldes besonders stark bemerkbar macht (der Faktor ist $1 - \beta^2$, gegenüber dem in fast allen anderen Versuchen mit schnell bewegtem Körper auftretenden Faktor $\sqrt{1 - \beta^2}$), sind diese Versuche trotz ihrer verhältnismäßig geringen Genauigkeit als ein neuer Nachweis für die Gültigkeit der speziellen Relativitätstheorie für schnell bewegte Elektronen anzusprechen; denn ohne Berücksichtigung des Faktors $1 - \beta^2$ wäre das Verschwinden der Polarisation an Stelle bei 440 Gauß schon bei 200 Gauß zu erwarten.

¹⁾ Daß der Betrag der Polarisation für 880 Gauß abgenommen hat gegenüber dem für $H = 0$, läßt sich nicht ohne weiteres erklären, wird aber wohl mit Inhomogenitäten des Magnetfeldes in Zusammenhang stehen.

Temperaturabhängigkeit der Dauerzugfestigkeit und Zerreißfestigkeit synthetischer Steinsalzkristalle.

Von Diedrich Mahnke in Halle a. d. S.

Mit 7 Abbildungen. (Eingegangen am 8. Juni 1934.)

Die Dauerzugfestigkeit synthetischer Steinsalzkristalle wird für Zug senkrecht zur Würfelebene zwischen — 190 und + 765° C ermittelt. Der Temperaturverlauf stimmt qualitativ überein mit jenem der statischen Zerreißfestigkeit. Zunahme der Verformungsgeschwindigkeit bewirkt unterhalb des in höheren Temperaturen gelegenen Festigkeitsmaximums eine Beeinträchtigung, oberhalb davon hingegen eine Begünstigung von Verformung und Verfestigung. Es wird gezeigt, daß die Temperaturabhängigkeit der Plastizitätseigenschaften des Steinsalzes und der Metallkristalle grundsätzlich miteinander übereinstimmen.

§ 1. Aufgabe und Versuchsanordnung. Die Zerreißfestigkeit synthetischer Steinsalzkristalle für Zug senkrecht zur Würfelreißebene wurde von Burgsmüller bzw. Burgsmüller und Steiner zwischen — 269 und + 90° C, von Theile zwischen + 20 und + 600° C bestimmt¹⁾. Der gefundene steile Anstieg von + 40° C aufwärts kann offenbar nicht bis zur Schmelztemperatur (800° C) bestehen bleiben; zur Feststellung des zu erwartenden Maximums waren die Versuche auf das Temperaturgebiet oberhalb 600° C auszudehnen. Da ebene Reißflächen hier nur bei größeren als den bisher benutzten Belastungsgeschwindigkeiten zu erhalten sind, war zunächst der Einfluß solcher Belastungsgeschwindigkeiten auf das Festigkeitsverhalten in Hochtemperatur zu untersuchen. Zur Gewinnung eines bei allen Temperaturen verhältnismäßig einfach bestimmmbaren Festigkeitsmaßes wurde schließlich die maximale vom Kristall beliebig lange Zeit hindurch getragene Belastung je Querschnittseinheit für Zug senkrecht zur WürfelEbene (*Dauerzugfestigkeit*) gewählt.

Um den Anschluß an die vorerwähnten Versuchsergebnisse von Burgsmüller zu gewährleisten, wurden synthetische Kristalle aus dem gleichen reinsten Ausgangsmaterial benutzt (De Haen-NaCl, Fabrikationsnummer 196). Die allgemeine Versuchstechnik blieb die gleiche wie in früheren Arbeiten²⁾ (Würfelpaltstäbchen aus der „Grundkristall“schicht mit Querschnitten von 3 bis 6 mm², Befestigung mit Zementkitt, stetige, erschütterungs- und knickfreie Belastungssteigerung). Zur dauernden Verfolgung des Verhaltens während des Zugversuches auch in Hochtemperatur befand

¹⁾ W. Burgsmüller, ZS. f. Phys. **80**, 299, 1933; **83**, 317, 1933; K. Steiner u. W. Burgsmüller, ebenda **83**, 321, 1933; W. Theile, ebenda **75**, 763, 1932. —

²⁾ A. Edner, ZS. f. Phys. **73**, 623, 1932; H. Schönfeld, ebenda **75**, 442, 1932; W. Theile, a. a. O.

sich das Kristallstäbchen in der Achse eines senkrechten, aufklappbaren elektrischen Röhrenofens mit zwei Quarzfenstern, durch die mittels gekreuzter Nicols auch eine Beobachtung der Spannungsdoppelbrechung möglich war. Die Fenster wurden hierzu durch Drehung des Ofens so eingestellt, daß die Durchsicht senkrecht zu dem schmäleren Flächenpaar des Stäbchens geschah, da Rhombendodekaeder-Gleitschichten stets parallel zu dieser Richtung auftreten¹⁾), während durch das andere Flächenpaar sichtbare Gleitschichten nur selten hinzukommen (vierscharige Gleitung).

§ 2. Belastungsgeschwindigkeit und Reißquerschnitt. Die oben erwähnten Zugversuche von Burgsmüller und Theile sind mit verhältnismäßig geringen Belastungsgeschwindigkeiten [6 bzw. 20 bis 40 g/mm² sec²)] ausgeführt. Für 600° C zeigten sich hierbei infolge starker Einschnürungen nur mehr sehr schmale rechteckige Reißflächen; die eigenen Versuche bestätigten dies und ergaben bereits für 650° C Schneidenbildungen, an denen auch mikroskopisch keine meßbaren Reißflächen mehr festzustellen waren, selbst wenn die Belastungsgeschwindigkeit bis zu der maximalen, von der Apparatur zugelassenen Größe (350 g/mm² sec) gesteigert wurde.

Die Erwartung, daß meßbare Reißquerschnitte bei erheblich größeren Belastungsgeschwindigkeiten dennoch auftreten würden, bestätigte sich, als die *Belastung durch stoßfreie plötzliche Freigabe einer mittels Hebelübersetzung wirkenden konstanten Last* erfolgte. Damit hierbei Reißen eintritt, muß die auf die Einheit des Anfangsquerschnittes bezogene Belastung eine bestimmte Grenzspannung überschreiten, die offenbar mit der „Dauerzugfestigkeit“ des Kristallmaterials für die gewählte Belastungsart übereinstimmt. Über die genauere Ermittlung dieser Größe wird im nächsten Abschnitt berichtet. Wird die „Dauerzugfestigkeit“ überschritten, so treten stets meßbare Reißquerschnitte auf. Bei weiterer Vergrößerung der Last nimmt der Reißquerschnitt bis zu einem für die vorliegende Belastungsart charakteristischen, verhältnismäßig gut definierten Endwert zu: bei 650° C bis etwa 0,3 mm², bei 765° C auf etwa 0,06 mm² (Ausgangsquerschnitte etwa 4 mm²). Vermutlich bewirkt die weitere Lastvergrößerung

¹⁾ Hierzu sei hervorgehoben, daß (im Gegensatz zu Burgsmüller, a. a. O.) alle in dieser Arbeit benutzten Stäbchen parallel zur Wachstumsrichtung der Kristalle gespalten waren. Die Auszeichnung des schmäleren Flächenpaars (Translationsstreifung auf dem breiteren Flächenpaar) war von A. Edner (a. a. O., § 4b) noch nicht erkannt worden. — ²⁾ Diese kleine Verschiedenheit der Belastungsgeschwindigkeiten gibt nach H. Schönfeld (a. a. O., S. 453, Tabelle 5) in Zimmertemperatur nur sehr geringe Festigkeitsunterschiede, sofern man gleiches Kristallmaterial benutzt (bei Burgsmüller aus De Haen-NaCl Nr. 196, bei den synthetischen Kristallen von Theile aus De Haen-NaCl Nr. 186; vgl. dazu H. Schönfeld, a. a. O., S. 448, Tabelle 2).

keine weitere Zunahme der Belastungsgeschwindigkeit, so daß die Versuchsbedingungen nicht mehr geändert sind. Jedenfalls ergibt eine tatsächliche Vergrößerung der Belastungsgeschwindigkeit bei den erwähnten Temperaturen, z. B. durch einen kräftigen Schlag auf den Belastungshebel, wiederum größere Reißquerschnitte bis zur vollen Größe des Anfangsquerschnitts.

Die durch plötzliche Freigabe einer konstanten Last erzielten Reißquerschnitte zeigen das in Fig. 1 wiedergegebene Aussehen. Durch eigens



Fig. 1.

Reißquerschnitte synthetischer Steinsalzstäbchen beim Dauerzugversuch in Hochtemperatur (55fache Vergrößerung). Rekristallisierte Würfelreißebenen. Oben: 650° , große Last; links: 650° , kleine Last; rechts: 765° , große Last.

hierzu angestellte Spaltversuche an den Reißstücken ist sichergestellt, daß auch hier Würfelreißebenen vorliegen. In der Regel tritt die langgestreckte Querschnittsform auf, in etwa 10% aller Fälle hingegen ein vierlappiger Umriß; die Lage in bezug auf den Ausgangsquerschnitt des Kristallstäbchens ist in Fig. 2 schematisch wiedergegeben. Nachdem bei diesen Formen keine der Abmessungen des Reißquerschnitts mit einer des Ausgangsrechtecks übereinstimmt, muß die dem Reißen vorangehende plastische Verformung allgemein durch vierscharige Rhombendodekaedergleitung zustande kommen. Die häufigeren langgestreckten Reißquerschnitte verdanken ihre Entstehung offensichtlich der Bevorzugung jenes Paares von Dodekaedergleitscharen, das zwischen gekreuzten Nicols senkrecht zu den schmalen Seitenflächen des Kristallstäbchens sichtbar ist (§ 1), wogegen das zweite Paar merklich zurückbleibt. An dem Zustandekommen der vierlappigen Reißquerschnitte scheinen die vier bezüglich der Zugrichtung kristallographisch gleichberechtigten Dodekaedergleitsysteme einigermaßen

gleichwertig beteiligt zu sein. Da die Ausbildung der Reißfläche auf einer zeitlichen Ausbreitung an der Stäbchenoberfläche beginnender Anrisse beruht¹⁾, kann man versuchen, die Querschnittsformen auf ein Fortdauern der plastischen Verformung durch vierscharige Dodekaedergleitung während der Entstehung der Reißfläche zurückzuführen. Eine restlose Deutung dieser Art begegnet jedoch der Schwierigkeit, daß etwa die Schmalseiten

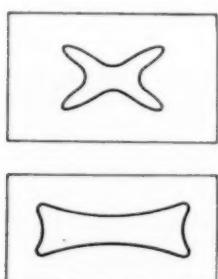


Fig. 2. Lage der Hochtemperatur-Reißquersehnitte in bezug auf den Ausgangsquerschnitt der Kristallstäbchen (schematisch).

der langgestreckten Reißquerschnitte im allgemeinen nicht zueinander parallel sind und daher nicht ohne weiteres als Seiten eines ursprünglichen Rechteckquerschnittes aufzufassen sind; auch die Notwendigkeit der Entstehung einander genau gegenüberliegender Anrisse dürfte nicht ohne Hinzunahme weiterer Gleitsysteme verständlich werden. Zugunsten einer besonderen Beteiligung räumlich inhomogener Verformungs- und Verfestigungswirkungen spricht jedenfalls die Tatsache einer vollständigen Rekristallisation des

Kristallmaterials längs der Reißquerschnitte. Sie ist an dem von zahlreichen Kristallflächen verschiedener Orientierung herrührenden Glitzern der vierlappigen Reißquerschnitte direkt erkennbar und wurde für beide Arten von Reißquerschnitten durch Laue-Aufnahmen besonders nachgewiesen.

§ 3. Temperaturabhängigkeit der Dauerzugfestigkeit. Die oben definierte „Dauerzugfestigkeit“ des Steinsalzes senkrecht zur Würfelebene für stoßfreie plötzliche Freigabe des mit verschiedenen Gewichten versehenen Belastungshebels wurde im Temperaturbereich von — 190 bis + 765° C bestimmt. Zwischen — 190 und + 350° zeigten die Reißquerschnitte mit den rechteckigen Anfangsquerschnitten volle Übereinstimmung; eine aufgebrachte Belastung wurde von den Kristallstäbchen entweder überhaupt nicht, oder aber beliebig lange Zeit hindurch (> 120 min) getragen. Bis + 300° C erwies sich die Dauerzugfestigkeit erstaunlicherweise auf weniger als 1% genau reproduzierbar (Tabelle 1).

Oberhalb 350° C gibt es Belastungen, die von den Kristallstäbchen nur eine begrenzte Zeit hindurch getragen werden; bei Belastungsbeginn findet hierbei in Verbindung mit der Entstehung von Einschnürungen stärkere plastische Dehnung statt, die zu einem sehr langsamen „Kriechen“ abklingt, worauf sich die Verformung schließlich wiederum belebt und unter weiterer

¹⁾ Vgl. dazu A. Edner, a. a. O., § 5e; H. Schönfeld, a. a. O., § 5, Fig. 10, 11; W. Schütze, ZS. f. Phys. **76**, 135, 1932, § 4, S. 143/144.

Tabelle 1.
Dauerzugversuche senkrecht zur Würfelebene an synthetischen
Steinsalzkristallen bei verschiedenen Temperaturen.

Temperatur in Zentigraden	Spannungen in g/mm ²		
	Belastungsgeschwindigkeit 350 g/mm ² sec	Belastung durch stoßfreie plötzliche Freigabe einer Konstantlast	
	Dauerzugfestigkeit (Last je Anfangsquerschnitt)	Wahre Dauerzugspannung (Last je Endquerschnitt)	
- 190		438	438
+ 20		168	168
+ 200		174	174
+ 300		350	350
+ 350		361—374	361—374
+ 400	368	273 < < 280	620
+ 550	118	128 < < 130	175
+ 650		96 < < 100	113
+ 765		36—39	41

Einschnürung zum Zerreißen führt¹⁾. Mit zunehmender Belastung je Einheit des Anfangsquerschnittes nimmt die bis zum Zerreißen erforderliche Zeitdauer monoton ab, wobei das Verhältnis von Reißquerschnitt zu Anfangsquerschnitt im allgemeinen ansteigt und schließlich dem bereits erwähnten Grenzwert (§ 2) zustrebt. Der Zusammenhang zwischen Zeitdauer und Belastung ist für die untersuchten höheren Temperaturstufen in Fig. 3 wiedergegeben; die Dauerzugfestigkeiten können aus diesen Kurven durch Extrapolation auf große Zeiten mit ausreichender Sicherheit ermittelt werden (Tabelle 1). Besondere, mit wenig geringeren Belastungen je Ausgangsquerschnitt angestellte Versuche haben ihre Richtigkeit bestätigt; durch Ausmessung der dabei auftretenden Einschnürungen konnten überdies die der Dauerzugfestigkeit entsprechenden wahren Spannungen erhalten werden (Tabelle 1).

Der Gang der Dauerzugfestigkeit mit der Temperatur ist in Fig. 5 dargestellt; vom *Höchstwerte in Tieftemperatur* abgesehen, tritt ein bei 350° C gelegenes *Maximum* auf, für die wahren Spannungen bei etwa 400° C.

Um den Einfluß der anfänglichen, sehr kurz dauernden Belastungssteigerung auf die Dauerzugfestigkeit kennenzulernen, wurden für 400 und 550° C Vergleichsversuche angestellt, bei denen die schließlich konstant bleibende Belastung mit einer Geschwindigkeit von etwa 350 g/mm² sec (mittels Schwimmer und Hebelübersetzung) hergestellt wurde. Die so erhaltene Dauerzugfestigkeit liegt bei 400° C *oberhalb*, bei 550° C *unterhalb*

¹⁾ Vgl. auch D. Hanson und M. A. Wheeler, Journ. Inst. Met. **45**, 229, 1931 (Al-Kristalle); G. F. Sperling, ZS. f. Phys. **74**, 476, 1932, Fig. 1 (Steinsalzkristalle in Zimmertemperatur).

der auf dem anderen Wege bestimmten Dauerzugfestigkeiten (Tabelle 1). Die Temperaturkurve der Dauerzugfestigkeit ist demnach von der Aufbringungsweise der Belastung in erheblichem Maße abhängig.

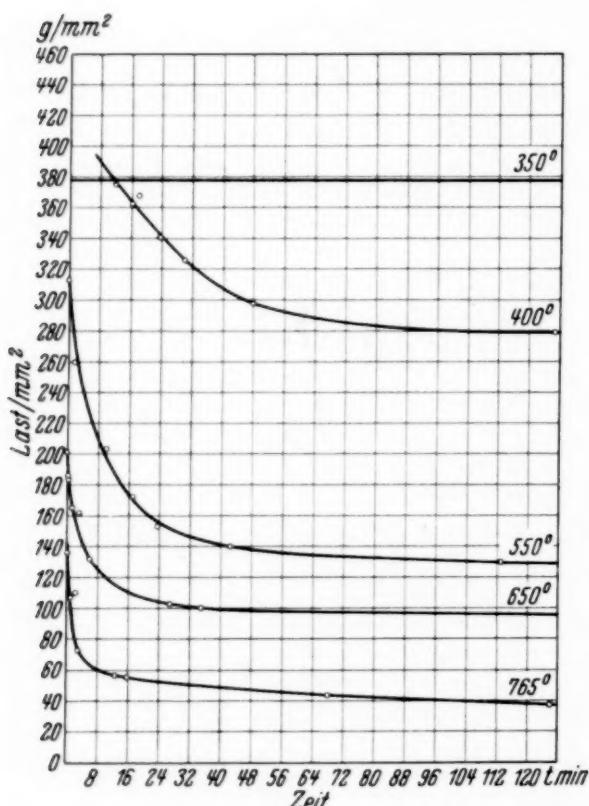


Fig. 3.

Bis zum Zerreissen erforderliche Belastungsdauer synthetischer Steinsalzstäbchen in Abhängigkeit von der Belastung je Einheit des Anfangsquerschnitts bei verschiedenen Temperaturen.

liefert keine einfache Gesetzmäßigkeit und widerspricht insbesondere dem Sohnkeschen Normalspannungsgesetz.

§ 4. Temperaturabhängigkeit der Zerreißfestigkeit. Die Spannung, bei der im Dauerzugversuch das Zerreissen eintritt, fällt im Temperaturgebiet von — 190 bis 350° C mit der Dauerzugfestigkeit zusammen (Tabelle 1), da hier kein „Kriechen“ und keine meßbaren Querschnittsverminderungen auftreten. Oberhalb 350° C kann aus dem Verhältnis von Dauerlast und Reißquerschnitt in jedem Einzelfalle eine kritische Spannungsgröße berechnet werden. Sie wird im allgemeinen jedoch nicht ohne weiteres einer Zerreißfestigkeit gleichzusetzen sein, da die Form der Reißquerschnitte hier erst durch den zeitlichen Verlauf des Trennungsvorganges geschaffen wird (§ 2). Versteht man unter Zerreißfestigkeit jene Spannung, bei welcher der sich

Zur Kennzeichnung des Einflusses der kristallographischen Orientierung der Zugrichtung auf die Dauerzugfestigkeit wurde die letztere für Würfel-, Dodekaeder- und Oktaederstäbchen (Zugrichtungen [100], [110], [111]) aus natürlichem Steinsalz von Wieliczka in der zuletzt erwähnten Weise (Belastungsgeschwindigkeit 350 g/mm² sec) bei 550° untersucht. Die erhaltenen Kurven für den Zusammenhang von Zeit und Belastung je Ausgangsquerschnitt gibt Fig. 4. Wie auch beim gewöhnlichen Zugversuch zeigen die Oktaederstäbchen die größte, die Würfelstäbchen die kleinste Festigkeit. Das Verhältnis der Dauerzugfestigkeiten für die drei Zugrichtungen, [100] : [110] : [111]

$$= 98 : 158 : 185 = 1 : 1,6 : 1,9,$$

Tempo
zur R
die K
erford
Annä
liegen
Rech
sich
Aufb
wenig
reiße
nimmt
Dauer
in sää
für 5
zunel
zu;
zum
verbli
gleic
ange
fehlt
der I
trete
Als 1
festi
„plö
350 g
Trot
siche
bei H
una
der
von
Tab
den
von
hält

zur Reißfläche erweiternde Anriß gebildet wird, so ist für diesen Zeitpunkt die Kenntnis des Stäbchenquerschnittes längs der entstehenden Reißfläche erforderlich. Je größer der entstandene Reißquerschnitt, desto größer seine Annäherung an die im vorliegenden Falle erforderliche Rechteckform. Dies ergab sich für Dauerlasten, deren Aufbringung bereits nach wenigen Sekunden zum Zerreißen führte. Tatsächlich nimmt das Verhältnis von Dauerlast zu Reißquerschnitt in sämtlichen Versuchsreihen für 550, 650 und 765° C mit zunehmender „Kriechdauer“ zu; die Zunahme geht bis zum Zwei- oder Dreifachen, verbleibt also innerhalb der gleichen Größenordnung.

In den beiden für 400° C angestellten Versuchsreihen fehlt diese Zunahme, gemäß der Rechteckform der hier auftretenden Reißquerschnitte. Als Mittelwert für die Zerreißfestigkeit im Dauerversuch bei „plötzlicher“ Belastung ergab sich hier $835 \pm 78 \text{ g/mm}^2$ (7 Versuche), bei $350 \text{ g/mm}^2 \text{ sec}$ Belastungssteigerung hingegen $2780 \pm 485 \text{ g/mm}^2$ (9 Versuche). Trotz der erheblichen Streuung der Einzelwerte darf man daraufhin als gesichert annehmen, daß die Zerreißfestigkeit in sämtlichen Dauerzugversuchen bei Hochtemperatur von der Größe der Dauerlast bzw. der Kriechdauer merklich unabhängig ist und nur von der Temperatur sowie von der Art der Aufbringung der Dauerlast abhängt.

Die Größenbereiche der aus den Versuchsdaten berechneten Verhältnisse von Dauerlasten und Reißquerschnitten sind in der unteren Hälfte der Tabelle 2 angegeben. In der oberen Tabellenhälfte sind die in der vorliegenden Arbeit erhaltenen echten Zerreißfestigkeiten den entsprechenden Daten von Burgsmüller und Theile gegenübergestellt. Man sieht, daß die Verhältnisse von Dauerlasten und Reißquerschnitten sich dem Temperaturgang

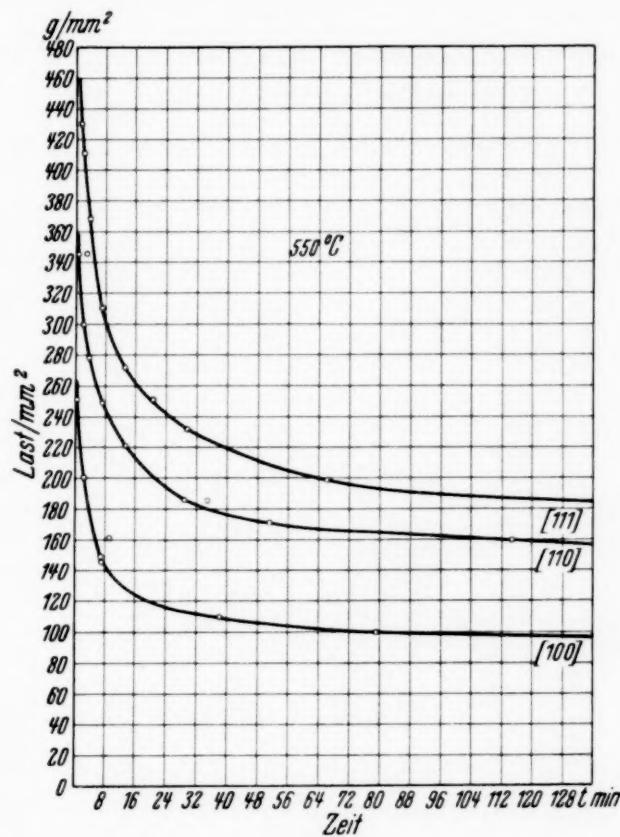


Fig. 4.

Bis zum Zerreißen erforderliche Belastungsdauer in Abhängigkeit von der Belastung je Einheit des Anfangsquerschnitts für verschiedene Zugrichtungen von natürlichem Steinsalz aus Wieliczka bei 550° C.

der echten Zerreißfestigkeiten ungezwungenen anfügen, wobei *in der Nachbarschaft von 650° C ein Maximum erreicht und überschritten wird*. Wegen der weitgehenden Übereinstimmung der bei 650 und 765° C erhaltenen Reißquerschnitte nach Form und Größe darf das gleiche Verhalten auch für die echten Zerreißspannungen erwartet werden.

Tabelle 2.
Temperaturabhängigkeit der Zerreißspannungen synthetischer
Steinsalzkristalle für Zug senkrecht zur Würfelebene.

Temperatur in Zenti- graden	Dauerzugversuche		Zugversuche Belastungs- geschwindigkeit 6—40 g/mm ² sec	Spannungen in g/mm ²
	„Plötzliche“ Belastung	Belastungs- geschwindigkeit 350 g/mm ² sec		
— 190	438 ± 1	—	Burgs- müller an S 2 252 582 5430 7760 (600°) Theile an S 1	Echte Zerreiß- spannungen Dauerlast Reißquerschnit
+ 20	168 ± 1	—		
+ 200	174 ± 1	—		
+ 400	835 ± 78 (7)	2780 ± 485 (9)		
+ 550	1 310 — 7 690 (7)	7960 — 11 300 (7)		
+ 650	13 800 — 56 300 (10)	—		
+ 765	12 000 — 24 700 (7)	—		

Aus dem Vergleich mit den Theileschen Daten ergibt sich, daß die wahren Zerreißspannungen bei 650° C sicherlich *von der Größenordnung 10000 g/mm² sind*¹⁾, zumal Theile an seinem vollkommensten Kristallmaterial natürlicher Entstehung bei 600° C eine echte Zerreißfestigkeit von 10300 g/mm² unmittelbar gemessen hat. Von 400° abwärts erkennt man im übrigen einen deutlichen Einfluß der Belastungsgeschwindigkeit auf die Zerreißfestigkeit; bei Zunahme der Belastungsgeschwindigkeit wird die Zerreißfestigkeit hier merklich herabgesetzt. Eine Gegenüberstellung des Temperaturverlaufes der Zerreißfestigkeit für „statische“ und „dynamische“ Beanspruchung²⁾ mit dem Temperaturgang der Dauerzugfestigkeit bringt Fig. 5.

Die an Würfelstäbchen aus natürlichem Steinsalzmaterial bei 550° C gefundenen Versuchsdaten zeigen ein ähnliches Verhalten wie die Schmelz-

¹⁾ In der ursprünglichen Fassung dieser Arbeit wurden die Verhältnisse Dauerlast : Reißquerschnitt versehentlich auch für die Hochtemperatur-Dauerzugversuche als wahre Zerreißspannungen angesehen, wodurch die diesbezüglichen Zahlenangaben in die Besprechung dieser Ergebnisse im Handb. d. Phys., 2. Auflage, Bd. XXIV/2, Ziff. 21 E eingegangen sind. Auf die Notwendigkeit der hier gebrachten Präzisierung und Richtigstellung ist von Prof. A. Smekal hingewiesen worden. — ²⁾ Vgl. dazu etwa J. Weerts, Dynamische und statische Zugversuche an Aluminium-Einkristallen. Forschungsarb. d. VDI, Heft 323, 1929.

flußkristalle; das Verhältnis von Dauerlast zu Reißquerschnitt besitzt etwas höhere Zahlenwerte (12670 bis 18980 g/mm²), entsprechend den hohen, für das gleiche Kristallmaterial von Theile ermittelten „statischen“ Zerreißfestigkeiten (500° C: 9650 g/mm²; 600° C: 10300 g/mm²). Bei den Dodekaeder- und Oktaederstäbchen dagegen zeigte sich eine abnorm starke Zunahme des Verhältnisses Dauerlast : Reißquerschnitt mit der „Kriechdauer“ (bei [110] z. B. für 1 min.: 6000 g/mm², für 114 min.: 155000 g/mm²!), deren Ausmaß zunächst unverständlich bleibt¹⁾.

§ 5. Besprechung der Versuchsergebnisse. Mit der Wahl der Dauerzugfestigkeit ist ein Festigkeitsmaß gefunden worden, dessen Temperaturgang praktisch für den ganzen Existenzbereich des Steinsalzkristalls bestimmbar ist. Dieser Temperaturgang zeigt grundsätzlich das gleiche Verhalten wie die Temperaturabhängigkeit der „statischen“ Zerreißfestigkeit, soweit diese bisher bestimmt werden konnte (Fig. 5). Die Dauerzugfestigkeit sinkt von den verhältnismäßig hohen Tieftemperaturwerten zu einem in der Nachbarschaft der Zimmertemperatur gelegenen Kleinstwert ab, erreicht um 350° C ein sekundäres Maximum und fällt hierauf bis zum Schmelzpunkt auf sehr geringe Werte ab. Die zugehörige dynamische Zerreißfestigkeit besitzt einen ähnlichen Verlauf, dessen Höchstwert indes um 650° C gelegen ist.

Mit den vorliegenden Versuchen dürfte endgültig klargestellt sein, daß der Steinsalzkristall *keine temperaturunabhängige Zerreißfestigkeit* besitzt, wie sie von Joffé, Kirpitschewa und Lewitzky für den Bereich von — 190

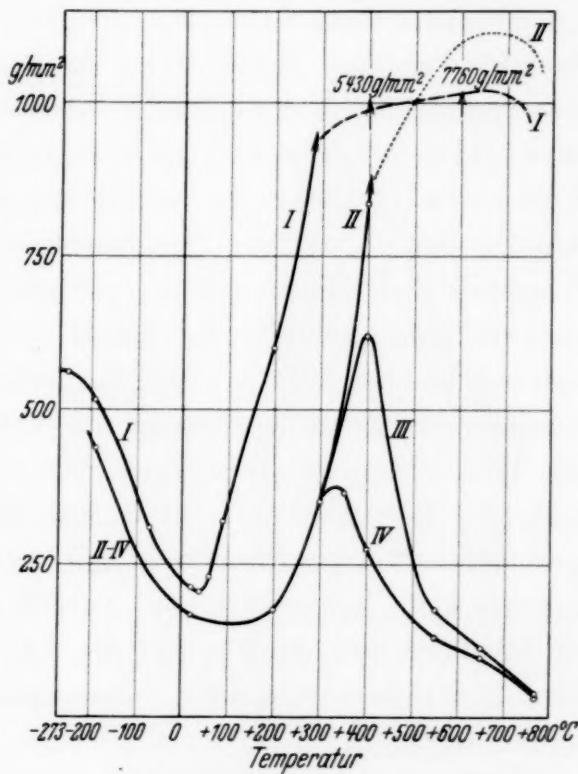


Fig. 5.
Temperaturabhängigkeit der Festigkeitseigenschaften synthetischer Steinsalzkristalle für Zug senkrecht zur Würfelebene.

Kurve I: „Statische“ Zerreißfestigkeit. Kurve II: „Dynamische“ Zerreißfestigkeit. Kurve III: Wahre Dauerzugspannung. Kurve IV: Dauerzugfestigkeit (= Last je Anfangsquerschnitt).

¹⁾ Siehe Fußnote 1, S. 184.

bis $+650^{\circ}\text{C}$ behauptet worden ist¹⁾. Die genannten Autoren geben an, daß in höheren Temperaturen zur Ausschaltung der Plastizität mit sehr großer Belastungsgeschwindigkeit gearbeitet wurde, wobei übersehen worden war, daß bereits in Zimmertemperatur deutliche Plastizität vorhanden²⁾ ist. Nun ist es auch nach den Ergebnissen der vorliegenden Arbeit zweifellos möglich, durch Erhöhung der Belastungsgeschwindigkeit die makroskopischen Plastizitätswirkungen z. B. so weitgehend herabzusetzen, daß der Reißquerschnitt bis zur Größe des ursprünglichen Stäbchenquerschnittes anwächst. *Jede Vergrößerung der Belastungsgeschwindigkeit bewirkt aber eine Herabsetzung der Zerreißfestigkeit* in dem betrachteten Temperaturbereich, auch in dem Temperaturgebiet, in dem Reißquerschnitt und Stäbchenquerschnitt makroskopisch miteinander übereinstimmen. So ist etwa die Zerreißfestigkeit in Zimmertemperatur keine eindeutig bestimmte Größe, sondern von der Belastungsgeschwindigkeit abhängig. Um einen Vergleich einer Hochtemperaturfestigkeit mit jener bei Zimmertemperatur auszuführen, muß also die gleiche Belastungsgeschwindigkeit angewendet werden, was bei Joffé's Versuchen nicht zutrifft. Im übrigen geht aus der vorliegenden Arbeit sowie jener von Burgsmüller eindeutig hervor, daß die Zerreißfestigkeit zwischen -253 und $+350^{\circ}\text{C}$ bei entsprechend gewählter, festgehaltener Belastungsgeschwindigkeit die erwähnte ausgesprochene Temperaturabhängigkeit besitzt, trotzdem in diesem Temperaturbereich keine makroskopische Verschiedenheit zwischen Reißquerschnitt und Anfangsquerschnitt vorhanden ist. Die von Joffé, Kirpitschewa und Lewitzky mitgeteilten Versuchsergebnisse können daher nicht zu Recht bestehen.

Da jeder Zugspannung senkrecht zur Würfelebene des Steinsalzkristalls eine halb so große Schubspannung längs der Gleitrichtung der Rhombendodekaedergleitebenen entspricht, kann die für diese Zugrichtung bestimmte Temperaturabhängigkeit der Dauerzugfestigkeit bzw. der Zerreißfestigkeit auch unmittelbar als Temperaturabhängigkeit des Plastizitätsverhaltens verstanden werden. Der statischen bzw. der dynamischen Zerreißfestigkeit entspricht im besonderen die Schubspannung an der Zerreißgrenze, d. h. jene maximale Schubspannung, die der Kristall unter den betroffenen Verformungsbedingungen durch „Verfestigung“ überhaupt zu erreichen vermag. Der Temperaturgang dieses Schubspannungshöchstwertes kann für einige Metallkristalle (Zn, Cd, Mg, Al) aus den von E. Schmid und Mitarbeitern

¹⁾ A. Joffé, M. W. Kirpitschewa u. M. A. Lewitzky, ZS. f. Phys. **22**, 286, 1924. — ²⁾ A. Smekal u. F. Blank, Phys. ZS. **31**, 229, 1930; F. Blank, ZS. f. Phys. **61**, 727, 1930.

für verschiedene Temperaturen ermittelten Verfestigungskurven entnommen werden, wodurch ein Vergleich des Plastizitätsverhaltens dieser Metalle mit dem des Steinsalzes möglich wird¹⁾. Die genannten Versuche an Metallkristallen wurden allerdings nicht bei festgehaltener kristallographischer Orientierung der Zugrichtung angestellt, so daß, unbeschadet der Richtungsunabhängigkeit der Verfestigungskurven, für verschiedene Zugrichtungen verschiedene Höchstwerte der Schubspannung längs des wirksamen Gleitsystems erhalten wurden. Der Zusammenhang zwischen Temperatur und

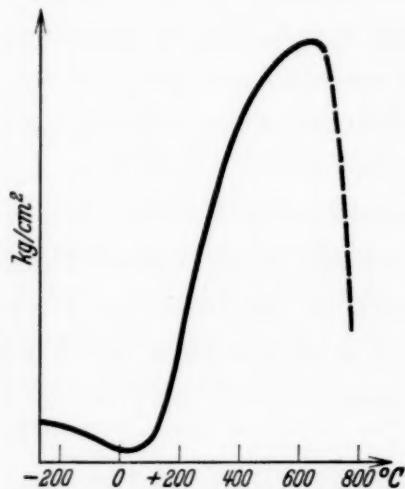


Fig. 6.

Temperaturabhängigkeit der *statischen* Zerreißfestigkeit synthetischer Steinsalzkristalle für Zug senkrecht zur Würfelebene (halbschematisch, Tieftemperaturgebiet überhöht). Bei doppeltem Ordinatenmaßstab zugleich Schubfestigkeit längs der Rhombendodekaeder-Gleitebenen an der Zerreißgrenze.

maximaler Schubspannung wird bei den Metallkristallen demnach an Stelle einer Kurve durch ein Kurvenband darzustellen sein. Dieses Kurvenband ist für die Gleitverformung nach hexagonalen Basisebenen in Fig. 7 für Zinkkristalle wiedergegeben. Der entsprechende Kurvenverlauf für Steinsalzkristalle ist in Fig. 6 halbschematisch gezeichnet.

Man sieht, daß grundsätzlich die gleiche Glockenform erhalten wird, das Kurvenmaximum des Metallkristalls aber bei erheblich niedrigerer Temperatur liegt als das des Salzkristalls. Der entsprechende Kurvenverlauf für Cd-Kristalle zeigt eine noch tiefere Temperaturlage des Kurvenmaximums, bei Mg und Al wird durch die bisher verfügbaren Versuchsdaten vorläufig

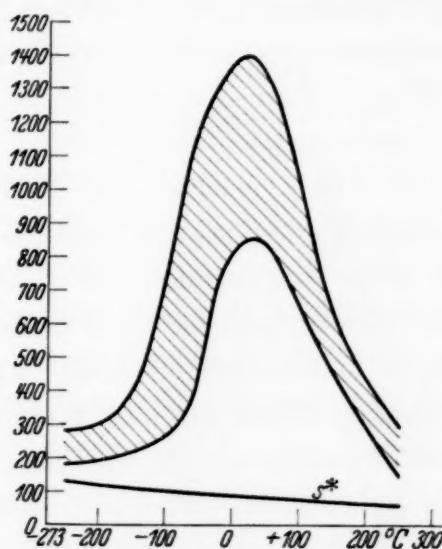


Fig. 7.

Temperaturabhängigkeit der Schubfestigkeit von Zinkkristallen längs der hexagonalen Basisgleitebenen an der Zerreißgrenze (nach Messungen von W. Fahrenhorst und E. Schmid).

Kurve S: Temperaturabhängigkeit dieser Schubspannung an der Streckgrenze

¹⁾ A. Smekal, Metallwirtschaft **10**, 831, 847, 1931, Fig. 5; Phys. ZS. **34**, 363, 1933; Strukturempfindliche Eigenschaften der Kristalle (Handb. d. Phys., 2. Aufl., Bd. XXIV/2), Ziff. 21, A., 1933.

nur der Kurvenabfall in Richtung der hohen Temperaturen festgelegt. *Die Plastizitätseigenschaften der Metallkristalle und des Steinsalzkristalls stimmen demnach qualitativ miteinander überein.* Durch die wesentlich geringere Plastizität des Steinsalzkristalls (hohe Temperaturlage des Kurvenmaximums) erfährt das Tieftemperaturgebiet unterhalb der Glockenkurve hier eine bedeutende Verbreiterung, so daß der Kurvenanstieg in Tieftemperatur beim Steinsalz bequem zugänglich wird, während bei Metallkristallen bisher nur Andeutungen dafür vorliegen.

Nach den Ergebnissen dieser Arbeit sind das Tieftemperaturgebiet sowie der benachbarte Anstieg zum Maximum der Glockenkurve dadurch gekennzeichnet, daß eine *Zunahme der Verformungsgeschwindigkeit mit Herabsetzung der Zerreißfestigkeit bzw. Behinderung der Verfestigungsvorgänge verbunden* ist. Die mit verschiedenen Belastungsgeschwindigkeiten angestellten Bestimmungen der Dauerzugfestigkeit bei 400 und 550°C (Tabelle 1) zeigen, daß diese Erscheinung *jenseits des Kurvenmaximums* (für die Dauerzugfestigkeit oberhalb 350°C) *in das Gegenteil umschlägt*. Auch in dieser Hinsicht besteht zwischen Salzkristall und Metallkristallen vollkommene Übereinstimmung, indem bei letzteren *für die Temperaturen oberhalb der Kurvenmaxima überall eine Begünstigung der Verfestigung durch Steigerung der Verformungsgeschwindigkeit beobachtet* ist.

§ 6. Zusammenfassung. In der vorliegenden Arbeit wird die Dauerzugfestigkeit synthetischer Steinsalzkristalle für Zug senkrecht zur Würfeloberfläche zwischen — 190 und $+765^{\circ}\text{C}$ bestimmt. Der gefundene Temperaturverlauf stimmt qualitativ überein mit dem bis 600°C bekannten Temperaturgang der statischen Zerreißfestigkeit; es wird wahrscheinlich gemacht, daß die letztere Temperaturkurve um 650°C ein Maximum besitzt und gegen den Schmelzpunkt zu stark abfällt. Bei Temperaturen unterhalb des Maximums der genannten Temperaturkurven wird durch Zunahme der Verformungsgeschwindigkeit eine Beeinträchtigung von Verformung und Verfestigung bewirkt, jenseits des Kurvenmaximums dagegen eine Begünstigung der Verfestigung. Der Steinsalzkristall und die Metallkristalle stimmen bezüglich der Temperaturabhängigkeit der Plastizitätseigenschaften qualitativ miteinander völlig überein.

Die vorstehende Arbeit wurde von Herrn Professor A. Smekal angeregt. Für ihre Förderung durch Mittel und Leihgabe von Apparaten der Notgemeinschaft der Deutschen Wissenschaft sei auch hier ergebenst gedankt.

Halle a. d. S., Institut für theoretische Physik, Februar 1934.

Festigkeitseigenschaften bewässerter Salzkristalle. VI.

Richtungsabhängigkeit der Streckgrenze gleichmäßig abgelöster Steinsalzstäbchen.

Von Sofie Dommerich in Halle a. d. S.

Mit 3 Abbildungen. (Eingegangen am 8. Juni 1934.)

Durch Bestimmung der Streckgrenzen gleichmäßig abgelöster Steinsalzstäbchen von 14 verschiedenen Orientierungen wird gezeigt, daß deren plastische Verformung in Zimmertemperatur entweder durch Rhombendodekaeder-Gleitung oder durch Gleitung nach Würfelebenen erfolgt. Für die Streckgrenzen beider Verformungsarten wird das Schmidsche Schubspannungsgesetz bestätigt.

§ 1. Aufgabe. In den früheren Mitteilungen dieser Arbeitenfolge¹⁾ hat sich immer wieder herausgestellt, daß die Plastizitätseigenschaften bewässerter Salzkristalle mit jenen von unbewässertem Kristallmaterial grundsätzlich übereinstimmen. Im besonderen ergab sich, daß *Bewässerungsstreckgrenze und Trockenstreckgrenze für Zug senkrecht zur Würfelebene einander gleich sind*²⁾. Die daraufhin naheliegende Vermutung, daß die Bewässerungsstreckgrenze für beliebige Zugrichtungen, gleich der Trockenstreckgrenze³⁾, dem Schmidschen Schubspannungsgesetz gehorcht, konnte von K. H. Dommerich für die Zugrichtungen [100], [110] und [112] unter der Voraussetzung bestätigt werden⁴⁾, daß hier, wie für bewässerte [100]-Stäbchen unmittelbar bekannt⁵⁾, Gleitung nach Rhombendodekaeder-ebenen stattfindet. Bei Zug senkrecht zur Oktaederebene (111) wurden im Bewässerungsversuch gleichfalls bestimmte Streckgrenzen erhalten; aus dem Schubspannungsgesetz folgt jedoch eindeutig, daß eine Rhombendodekaedergleitung bei solchen „Oktaederstäbchen“ nicht in Frage kommt.

Die Aufgabe der vorliegenden Arbeit besteht darin, die Natur dieser bisher unbekannten Gleitmöglichkeit des bewässerten Steinsalzes auf-

¹⁾ U. Heine, ZS. f. Phys. **68**, 591, 1931 (Ablösungsversuche an NaCl und KCl in ruhendem Wasserspiegel); E. Rexer, ebenda **72**, 613, 1931 (Einfluß verschiedener Lösungsmittel und ihrer Ablösungsformen); G. F. Sperling, ebenda **74**, 476, 1932 (Orientierungsabhängigkeit der Zugfestigkeit trockener und bewässerter Steinsalzkristalle); K. H. Dommerich, ebenda **80**, 242, 1933 (Plastizitätsbeginn gleichmäßig abgelöster Steinsalzstäbchen); K. Wendenburg, ebenda **88**, 727, 1934 (Zeitliche Nachwirkung der Ablösung mit verschiedenen Lösungsmitteln). — ²⁾ G. F. Sperling, a. a. O.; K. H. Dommerich, a. a. O.; ferner N. Davidenkow u. M. Classen-Nekludowa, Phys. ZS. d. Sow.-Union **4**, 25, 1933; vgl. auch K. Wendenburg, a. a. O., S. 728, Anm. 3. — ³⁾ Trockenversuche an KCl- und KBr-Kristallen: W. Schütze, ZS. f. Phys. **76**, 151, 1932, Tabelle 2. — ⁴⁾ K. H. Dommerich, a. a. O., § 3 C, Tabelle 3. — ⁵⁾ G. F. Sperling, a. a. O., § 6, Fig. 7 und 8 auf S. 488.

zuklären und deren Bereich gegen den der Rhombendodekaedergleitung abzugrenzen. Hierzu wurden möglichst zahlreiche, sämtlich in einer Dodekaederebene gelegene Zugrichtungen untersucht. Die Gesamtheit der so erhaltenen Streckgrenzen ergab die Gelegenheit zu einer umfassenden Prüfung des Schmidschen Schubspannungsgesetzes.

§ 2. Richtungsabhängigkeit der Streckgrenzen. Als Ausgangsmaterial für die vorliegenden Versuche dienten die „Grundkristall“schichten¹⁾ aus der Schmelze gezogener Steinsalzkristalle (S 4) aus reinstem Kahlbaum-NaCl mit Analysenschein. Die Herstellung und gleichmäßige Ablösung der Versuchsstäbchen sowie die Bestimmung ihrer Bewässerungsstreckgrenzen erfolgten wie in der bereits genannten Arbeit meines Bruders, auf die bezüglich aller Einzelheiten verwiesen werden mag²⁾. Die Ablösungsquerschnitte der Stäbchen bewegten sich zwischen 0,10 und 2,50 mm² und zeigten keinen Einfluß auf die Versuchsergebnisse. Die Bestimmung der Bewässerungsstreckgrenzen erfolgte stets nach Beendigung der Ablösung, wenn die Stäbchen von gesättigter Salzlösung umgeben waren; die Belastungsgeschwindigkeit betrug zumeist 5,44 g/sec. Für die Zugrichtungen, die mit der Rhombendodekaedernormale Winkel φ bis zu 70° bildeten, wurde die Verlängerung der Versuchsstäbchen mit 140000facher optischer Vergrößerung beobachtet, für die beiden restlichen Zugrichtungen mit 1050facher Vergrößerung; der stetige Anschluß der Beobachtungsergebnisse belegt, daß die Bestimmung der Bewässerungsstreckgrenze, wie schon bei G. F. Sperling und K. H. Dommerich³⁾, von der benutzten Vergrößerung unabhängig ist.

Tabelle 1.

Bewässerungsstreckgrenzen synthetischer Steinsalzkristalle für verschiedene Zugrichtungen einer Dodekaederebene.

Winkel φ zwischen [110] und der Zugrichtung	Bewässerungs- streckgrenze in g/mm ²	Anzahl der Einzel- versuche	Winkel φ zwischen [110] und der Zugrichtung	Bewässerungs- streckgrenze in g/mm ²	Anzahl der Einzel- versuche
0°	311 ± 13,1	10	40°	485 ± 25,4	8
10°	330 ± 16,8	10	45°	484 ± 23,2	9
20°	460 ± 20,8	9	50°	401 ± 21,2	13
23°	491 ± 20,4	10	60°	246 ± 11,4	10
25°	490 ± 20,8	9	70°	192 ± 8,9	11
30°	486 ± 22	9	80°	162 ± 7,9	8
35°	509 ± 21	13	90°	151 ± 6,25	21

¹⁾ Vgl. dazu etwa A. Edner, ZS. f. Phys. **73**, 623, 1932; H. Schönfeld, ebenda **75**, 442, 1932. — ²⁾ K. H. Dommerich, a. a. O., § 2. — ³⁾ Vgl. dazu auch K. Wendenburg, a. a. O., S. 728, Anm. 3.

Die Versuchsergebnisse sind in der Tabelle 1 zusammengestellt und in Fig. 1 in das Polardiagramm einer Rhombendodekaederebene eingetragen. Wie bereits erwähnt, ist für bewässerte „Würfelstäbchen“ ($\varphi = 90^\circ$) unmittelbar festgestellt, daß die Gleitung nach *Rhombendodekaederebenen* erfolgt, wobei, wie im Trockenversuch, als *Gleitrichtung die Würfelflächen-diagonale* (= Rhombendodekaedernormale) wirksam ist¹⁾. Nach den Erfahrungen an Metallkristallen ist zu erwarten, daß diese Gleitrichtung auch für weitere Gleitebenen erhalten bleibt. Als solche kommen nach den bisherigen Literaturangaben für trockenes Steinsalz²⁾ Würfel- und Oktaederebenen in Betracht.

Tabelle 2.

Berechnete Schubspannungskomponenten längs der [110]-Gleitrichtungen für Rhombendodekaeder-, Würfel- und Oktaeder-gleitebenen an den Bewässerungsstreckgrenzen der Tabelle 1.

Winkel φ zwischen [110] und der Zugrichtung	Schubspannungskomponenten an der Bewässerungs- streckgrenze in g/mm ² für die angenommene Gleitebene		
	Dodekaeder	Würfel	Oktaeder
0°	77,7 ± 3,3	110 ± 4,6	127 ± 5,3
10°	75,0 ± 3,8	141 ± 7,2	143 ± 7,3
20°	74,5 ± 3,4	217 ± 9,8	186,5 ± 8,4
23°	66,5 ± 2,8	235 ± 9,9	190 ± 8,0
25°	56,9 ± 2,4	236 ± 9,9	183 ± 7,7
30°	30,4 ± 1,4	234 ± 10,5	160 ± 7,2
35°	—	240 ± 9,8	140 ± 5,7
40°	29,1 ± 1,5	239 ± 12,4	151 ± 7,8
45°	60,5 ± 2,9	242 ± 11,6	169 ± 8,1
50°	76,3 ± 4,0	198 ± 10,5	153 ± 8,1
60°	76,9 ± 3,5	107 ± 4,9	106 ± 9,9
70°	78,7 ± 3,6	62 ± 2,8	87 ± 4,0
80°	77,2 ± 3,8	28 ± 1,4	72 ± 3,5
90°	75,5 ± 3,1	—	62 ± 2,5

Um die Beziehungen der erhaltenen Bewässerungsstreckgrenzen zu diesen Ebenen klarzustellen, wurden für die einzelnen Bewässerungsstreckgrenzen der Reihe nach die Schubspannungen längs Rhombendodekaeder-, Würfel- und Oktaeder-Gleitebenen mit der Rhombendodekaedernormale als Gleitrichtung berechnet. Beschränkt man sich von

¹⁾ G. F. Sperling., a. a. O., § 6. — ²⁾ E. Rexer, ZS. f. Phys. **76**, 735, 1932, Fig. 10 (Ultramikroskopischer Nachweis von Würfelgleitung in Zimmer-temperatur); G. Tammann u. W. Salge, N. Jahrb. f. Min., Beil.-Bd. **57**, 117, 1928 (Nachweis von Oktaedergleitung in erhöhter Temperatur). Die Angaben der letzteren Veröffentlichung über die Gleitrichtung werden in einer demnächst an dieser Stelle erscheinenden Arbeit von H. Wolff im Sinne der Vermutung des Textes Berichtigung finden.

vornherein auf jene Ebenen und Gleitrichtungen, die unter der Gesamtheit kristallographisch gleichwertiger Systeme die größte Schubspannungs komponente liefern, so erhält man die in der Tabelle 2 zusammengestellten Zahlenwerte.

Für die Geltung des Schmidschen Schubspannungsgesetzes ist erforderlich, daß die Schubspannungskomponente eines bestimmten Gleit-

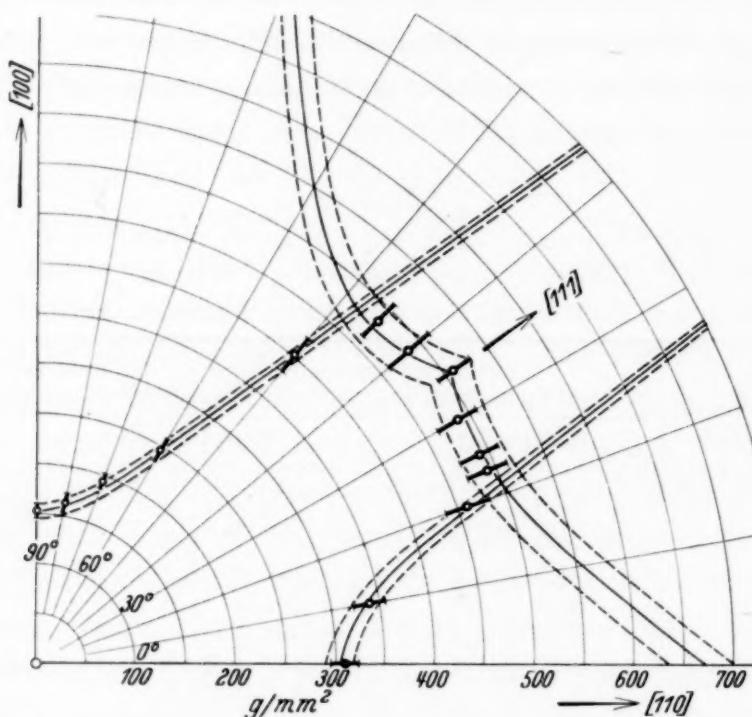


Fig. 1. Polardiagramm der Streckgrenzen synthetischer Steinsalzkristalle für verschiedene Zugrichtungen in einer Rhombendodekaederebene. Ausgezogene Kurven: nach dem Schubspannungsgesetz berechneter Streckgrenzenverlauf für Gleitung nach Rhombendodekaeder- und nach Würfelebenen.

systems richtungsunabhängig gefunden wird. Nach Tabelle 2 trifft dies bei *Rhombendodekaedergleitung für 0 bis 20°, sowie 50 bis 90° innerhalb der Fehlern Grenzen zu*, ebenso zwischen 23 und 45° für *Gleitung nach Würflebenen*. Als Mittelwerte für die Schubspannungen dieser beiden Gleitebenenarten an der Bewässerungsstreckgrenze ergeben sich

$$\begin{aligned}\mathfrak{G}_{(110)} &= 76,4 \pm 3,5 \text{ g/mm}^2, \\ \mathfrak{G}_{(100)} &= 238,0 \pm 10,6 \text{ g/mm}^2.\end{aligned}$$

Die aus diesen Daten für sämtliche Zugrichtungen einer Dodekaeder ebene berechneten Streckgrenzen des bewässerten Steinsalzes sind in Fig. 1 durch die ausgezogenen Kurven wiedergegeben. Sie zeigen, daß der Wechsel von Dodekaeder- zu Würfelgleitung bei Zugrichtungen erfolgt, die mit der Dodekaedernormale [110] Winkel von 21 bzw. 48° bilden; bei der

Oktaedernormale [111] als Zugrichtung ($\varphi = 35^\circ 16'$) findet ein Übergang von doppelter Würfelgleitung ($\varphi < 35^\circ 16'$) zu einfacher Gleitung nach dem dritten Würfelgleitsystem ($\varphi > 35^\circ 16'$) statt. Das Ergebnis der vorliegenden Versuche ist also, daß bewässerte Steinsalzkristalle entweder die wohlbekannte *Rhompendodekaedergleitung* oder — im Winkelbereich von $\varphi = 21^\circ$ bis $\varphi = 48^\circ$ — plastische Verformung durch *Würfelebenengleitung* aufweisen; ferner, daß für beide Verformungsmechanismen das *Schmid'sche Schubspannungsgesetz exakt befolgt* erscheint.

§ 3. Besprechung der Versuchsergebnisse. Das Auftreten von *Würfelebenengleitung* ist an unbewässertem Steinsalz für Druck senkrecht zur Oktaederebene von Rexer erstmalig festgestellt worden¹⁾. Die Übereinstimmung mit den vorliegenden Bewässerungsergebnissen belegt nunmehr auch für die Richtung [111], daß die Plastizitätsvorgänge im Trockenversuch und im Bewässerungsversuch grundsätzlich einander gleichartig sind. Das Zusammenfallen von Trockenstreckgrenze und Bewässerungsstreckgrenze für die [100]-Richtung und die hier nachgewiesene ausnahmslose Geltung des Schubspannungsgesetzes für die Bewässerungsstreckgrenzen der übrigen Zugrichtungen, berechtigen zu der Folgerung, daß die Trockenstreckgrenzen ganz allgemein durch die Bewässerungsstreckgrenzen gegeben sind. Die vorliegende Arbeit hat in diesem Sinne von vornherein nichts anderes als die *Bestimmung von Trockenstreckgrenzen* ausgeführt, wobei zur Steigerung der sie kennzeichnenden winzigen plastischen Verlängerungen der *Kunstgriff der Bewässerung* angewendet ist.

Da in höheren Temperaturen für Steinsalz eine *Gleitung nach Oktaederebenen* sichergestellt erscheint²⁾, wird man fragen, ob diese dritte Gleitebenenart nicht auch in Zimmertemperatur aufzutreten vermag. Aus den Daten der Tabelle 2 ist zu entnehmen, daß dies ohne Widerspruch mit den bisherigen Feststellungen allenfalls für $\varphi = 20$ bis $\varphi = 25^\circ$ möglich wäre, wobei das Schubspannungsgesetz zu einer Oktaederebenen-Schubspannung an der Streckgrenze von

$$\sigma_{(111)} = 187 \pm 8 \text{ g/mm}^2$$

führen würde. Der unter dieser Voraussetzung berechnete Streckgrenzenverlauf ist in Fig. 2 dargestellt, die im übrigen ganz der Fig. 1 entsprechend gezeichnet ist. Eine sichere Entscheidung für oder gegen eine Mitwirkung von Oktaedergleitung in Zimmertemperatur war durch die vorliegenden Versuche nicht möglich und dürfte nur mit noch empfindlicheren Nachweismitteln erbracht werden können.

¹⁾ E. Rexer, a. a. O. — ²⁾ G. Tammann und W. Salge, a. a. O.; H. Wolff, a. a. O.

Die Feststellung, daß beim Übergang der Zugrichtung aus der Umgebung der Würfel- bzw. Dodekaedernormale zur Oktaedernormale ein Wechsel des Verformungsmechanismus stattfindet, könnte zu der Vermutung Anlaß geben, daß bei Fortsetzung der Verformung über die Streckgrenze hinaus auch wesentliche Verschiedenheiten der Verfestigungsanstiege eintreten. Wie die näherungsweise Geltung des Sohnckeschen Normalspannungsgesetzes für die Richtungsabhängigkeit der Zerreißgrenze des bewässerten Steinsalzes zeigt¹⁾, dürfte dies für die erzielbaren Höchst-

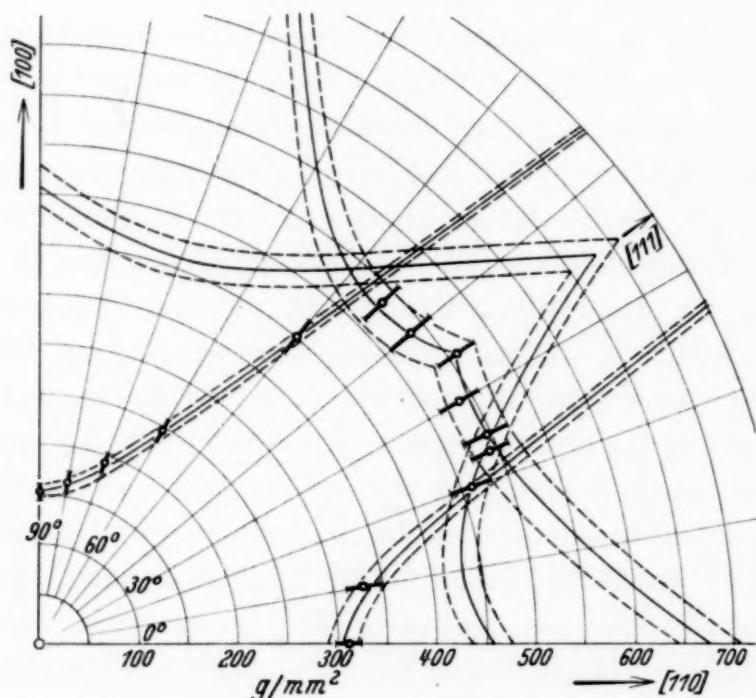


Fig. 2. Richtungsabhängigkeit der Streckgrenze synthetischer Steinsalzkristalle wie Fig. 1. Ausgezogene Kurven: theoretischer Verlauf nach dem Schubspannungsgesetz für Gleitung nach Rhombendodekaeder-, Würfel- und Oktaederebenen.

verfestigungen nicht zutreffen. Die Konstanz der Bewässerungs-Zerreißnormalspannung für die Würfelreißebebene scheint unabhängig davon erfüllt, nach welcher Gleitebenenart die vorangegangene Verformung und Verfestigung stattgefunden haben.

Für die Trocken-Zerreißfestigkeit des Steinsalzes ist die Geltung des Sohnckeschen Normalspannungsgesetzes in ähnlichem Umfang belegt, wobei nur bei Oktaederstäbchen gelegentlich deutlich kleinere Zerreißfestigkeiten gefunden sind²⁾. Die Trockenfestigkeit des hier untersuchten

¹⁾ G. F. Sperling, a. a. O.; K. H. Dommerich, a. a. O. — ²⁾ G. F. Sperling, a. a. O.; W. Schütze, ZS. f. Phys. **76**, 151, 1932, Tabelle 4.

synthetischen Kristallmaterials für Zug senkrecht zur Würfelebene ergab sich zu

$$\mathfrak{R}_{(100)} = 208 \pm 14,7 \text{ g/mm}^2.$$

Die gegenseitige Lage der mittels des Normalspannungsgesetzes daraus für verschiedene Zugrichtungen berechneten Zerreißgrenzen und der vorhin bestimmten Streckgrenzen zeigt Fig. 3. Man sieht, daß die Streckgrenzen teilweise höher liegen als die Zerreißgrenzen, so daß erstere durch Trockenversuche für diese Zugrichtungen nicht bestimmt werden könnten. Da

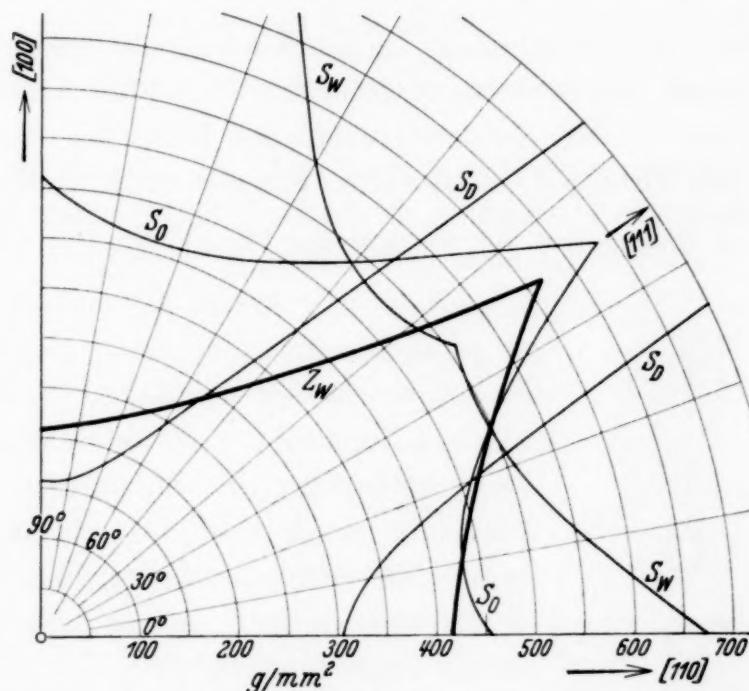


Fig. 3. Richtungsabhängigkeit von Streckgrenze und Zerreißgrenze synthetischer Steinsalzkristalle in Zimmertemperatur (wie Fig. 1 und 2). Theoretischer Streckgrenzenverlauf nach dem Schubspannungsgesetz für Gleitung nach Rhombendodekaeder- (S_D), Würfel- (S_W) und Oktaederebenen (S_O); Richtungsabhängigkeit der Zerreißgrenze für Würfelreißebebenen (Z_W) nach dem Normalspannungsgesetz.

bereits bei erheblich niedrigeren Spannungen als den Streckgrenzen plastische Verformung durch Gleitebenen nachweisbar ist¹⁾, entsteht aus dieser ungewöhnlichen Reihenfolge von Streckgrenzen und Zerreißgrenzen kein Widerspruch. Für die Nachbarschaft der Oktaedernormale dagegen sollte im Trockenversuch eine Überschreitung der Streckgrenze der Würfgleitung auftreten. Mit Rücksicht auf die hier vorliegende Übereinstimmung von Gleitebenen und Reißebebenen ist es denkbar, daß diese Überschreitung nicht immer zustande kommt und daher gerade hier niedrigere Zerreißnormalspannungen auftreten.

¹⁾ W. Schütze, ebenda 76, 135, 1932, § 3.

Zusammenfassung.

In der vorliegenden Arbeit werden die Streckgrenzen gleichmäßig abgelöster Steinsalzstäbchen für 14 verschiedene Zugrichtungen bestimmt, die in einer Rhombendodekaederebene gelegen sind. Für Zugrichtungen, deren Winkel mit der [110]-Richtung dieser Ebene kleiner als 21° und größer als 48° sind, erfolgt die plastische Verformung nach *Rhombendodekaeder-Gleitebenen*, für den zwischen diesen Winkeln gelegenen Bereich nach *Würfel-Gleitebenen*. Für beide Verformungsmechanismen ist das Schmidsche Schubspannungsgesetz innerhalb der Fehlergrenzen erfüllt.

Herrn Prof. A. Smekal danke ich herzlichst für die Anregung zu der vorliegenden Arbeit und für seine freundliche Hilfe bei der Auswertung der Versuchsergebnisse. Der Notgemeinschaft der Deutschen Wissenschaft danken wir für die Mittel und Leihgabe von Apparaten zur Kristallherstellung.

Halle a. d. S., Institut für theoretische Physik, 31. Mai 1934.

Atomtrümmermessungen an metallischem Natrium.

Mit 6 Abbildungen. (Eingegangen am 14. Juni 1934.)

Von Atty König in Halle a. d. S.

Vorliegende Arbeit berichtet über die Messungen von H-Strahlen, die durch Polonium- α -Strahlen aus Natrium ausgelöst wurden. Messungen von Chadwick, Constable und Pollard¹⁾ zeigten für die Na-Atomtrümmer eine verwaschen verlaufende Absorptionskurve. Die Erfolge der im Hallischen Institut ausgearbeiteten Anordnung zur Messung einzelner H-Teilchen ließen hoffen, daß auch bei den Kernprotonen des Na eine Absorptionskurve mit Gruppenstruktur nachweisbar sein würde, was die vorliegenden Messungen bestätigen.

Folienherstellung. Da Chlor keine Kernprotonen beim Beschießen mit α -Strahlen aussendet, ist NaCl als Na-haltiges Material geeignet. Wegen seiner hygrokopischen Eigenschaften lassen sich jedoch nur schlecht genügend saubere Dünnschliffe herstellen, so daß NaCl nur für Rückwärtsmessungen in Frage kommt. Um saubere Vorwärtsmessungen zu erreichen, wurde Na im Vakuum auf eine Goldfolie aufgedampft. Zum Abschluß gegen Luft wurde die Na-Folie durch eine aufgedampfte Silberschicht abgeschlossen. Man muß also eine gewisse Primärabsorption in Kauf nehmen. Vor Verwendung in der eigentlichen Apparatur wurde das Na durch mehrfache Destillation im Hochvakuum weitgehend gereinigt. Die Destillationsampulle wurde dann in die Zerstäubungsapparatur gesetzt, die aus einem kugelförmigen Glasgefäß mit drei Schliffansätzen bestand (Fig. 1). Durch den unteren Schliff konnte das Heizöfchen O eingeführt werden, seitlich war der Halter F für die Goldfolie, auf die das Natrium aufgestäubt wurde, angebracht, und von oben her ragte eine Versilberungsapparatur V in die Kugel. Das Öfchen bestand aus zwei koaxialen Porzellangefäßchen, zwischen denen eine Konstantandrahtwicklung eingelegt war.

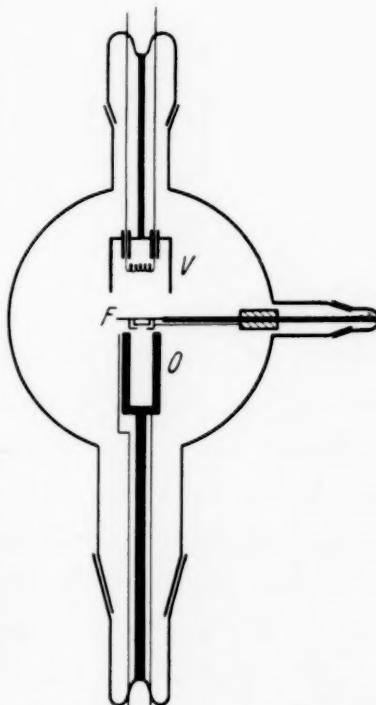


Fig. 1. Zerstäubungsapparatur.

¹⁾ J. Chadwick, J. E. R. Constable u. E. C. Pollard, Proc. Roy. Soc. London (A) **130**, 463, 1931.

Durch einen Vorversuch wurde die Temperatur des Öfchens in Abhängigkeit vom Heizstrom gemessen. Bei 0,4 Amp. wurden 400° erreicht, wo eine merkliche Verdampfung des Natriums beginnt. Um zu verhindern, daß von der Seite her Luft an das Na kommen kann, wurde nur ein kreisrund ausgeblendetes Stück der Goldfolie bestäubt. Die Blende, die am seitlichen Folienhalter angebracht war, konnte nach der Bestäubung von

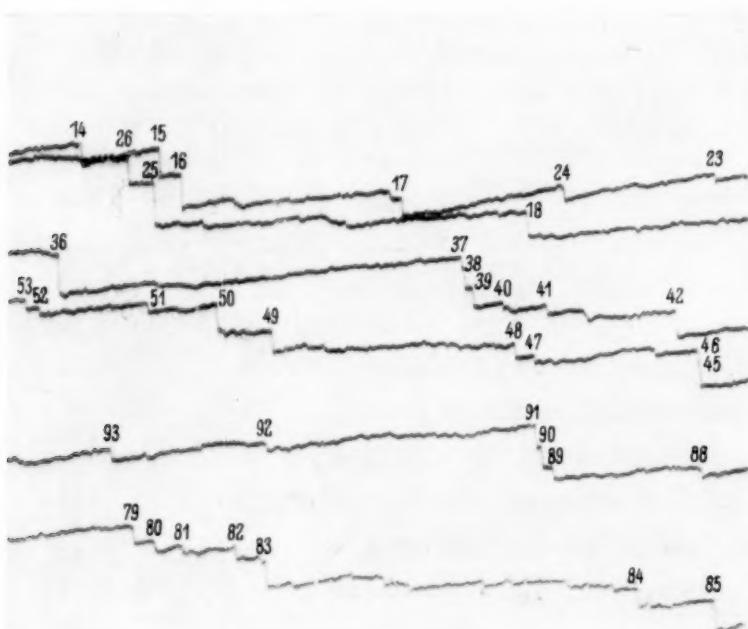


Fig. 2. Reg. Nr. 77.

außen mit einem Elektromagneten entfernt werden. Die Folie wurde dann mittels des Schleifes um 180° gedreht. Nun wurde die ganze zu Gebote stehende Fläche mit einer Silberschicht bedeckt, die mit der von oben her in die Zerstäubungskugel eingeführten Anordnung *V* erzeugt wird: Eine Spirale, die aus zwei dünnen Ag-Drähten und einem Platindraht gewickelt ist, wurde auf schwache Rotglut erhitzt, wobei das Ag langsam verdampfte. Der Silberbelag hatte ungefähr eine Dicke von 8 mm Luftäquivalent.

Die Schichtdickenbestimmung geschah durch Wägung. Die Szintillationsmethode war hierzu nicht geeignet, weil die Folien dabei zu lange an der Luft lagen. Die Na-Schicht betrug im Mittel 22μ , was einem Luftäquivalent von 12 mm (0° und 760 mm Hg) entspricht.

Meßapparatur. Das Meßverfahren für die Protonen ist hinreichend beschrieben worden¹⁾. Einige wichtige Daten: die Minimalabsorption für die Protonen (Kammerverschluß) betrug 35 mm Luftäquivalent (0° ,

¹⁾ F. Heidenreich, ZS. f. Phys. **86**, 675, 1933.

750 mm Hg). Elektrometerempfindlichkeit 3300 E.Q. pro mm Ausschlag bei 2 m Skalenabstand. In Fig. 2 und 3 sind zwei Ausschnitte aus Meßblättern reproduziert (Verkleinerungsmaßstab 1 : 2), die deutlich zeigen, mit welcher Klarheit und Eindeutigkeit die photographische Aufzeichnung der einzelnen H-Teilchen erfolgt. Als Energiequelle dienten Polonium- α -Strahlen. Die ersten Messungen wurden mit einem Präparat

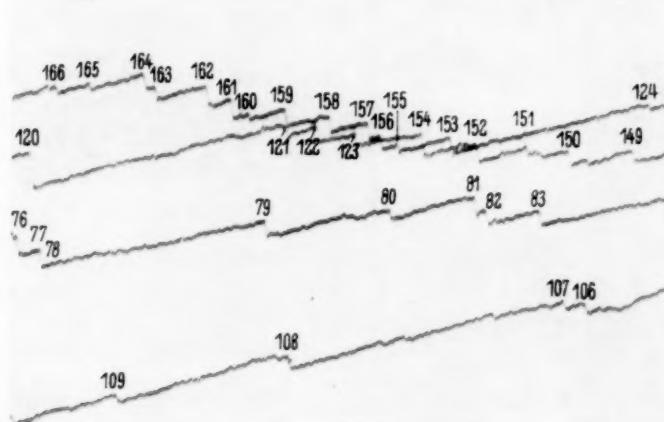


Fig. 3. Reg. Nr. 124.

von ungefähr 700 stat. Einh. ausgeführt¹⁾). Für die weiteren Messungen standen 2700 stat. Einh. zur Verfügung²⁾.

Meßergebnisse. Die Messungen hatten zum Ziel, die Zahl und Reichweite der emittierten Protonen in Abhängigkeit von der Primärenergie zu ermitteln. Da die Messungen unter zwei verschiedenen Winkeln zwischen Primär- und Sekundärstrahl vorgenommen wurden (0 und 90°), gewinnt man an Sicherheit für die Deutung der einzelnen Protonengruppen. Die Variation der Primärenergie geschah durch Zwischenschaltung von Goldfolien zwischen Präparat und Substanz, deren Luftäquivalent durch Szintillationsbeobachtung bestimmt wurde. Für die Sekundärabsorptionen wurde nur Glimmer verwandt.

1. Versuchsreihe. In Fig. 4 sind die nach vorwärts gemessenen Kurven dargestellt. Als Abszisse sind die Absorptionen in cm Luftäquivalent, als Ordinaten die Ausbeuten pro $10^7 \alpha$ -Teilchen eingetragen. Das Präparat war so stark, daß die α -Teilchen in einem Öffnungskegel von nur $\pm 24,5^\circ$ auf die Na-Folie treffen konnten. Der Abstand der Folie von der Kammeröffnung war 11,1 mm, was einem Öffnungskegel von 10° entsprach.

¹⁾ Frau Prof. Dr. L. Meitner sei hier ein Dank für die Überlassung des Poloniumpräparates ausgesprochen. — ²⁾ Fräulein Dr. Rona, die das starke und besonders reine Präparat zur Verfügung stellte, dankt die Verfasserin für das freundliche Entgegenkommen.

Kurve I, die mit einer α -Strahlreichweite von 2,92 cm (Maximalwert) aufgenommen ist, zeigt deutlich zwei Reichweitengruppen, von denen die eine eine Reichweite von 21 cm und die andere eine von 47 cm hat. Die Bezeichnung der beiden Gruppen als C und D ist deshalb so gewählt, weil aus

den rechtwinkligen Messungen, die mit höherer α -Reichweite gemacht worden sind, hervorgeht, daß noch zwei Gruppen A und B mit kürzeren Reichweiten vorhanden sind.

Gruppe C mit einer Reichweite von 20 cm hat eine Ausbeute von 18 H-Teilchen auf $10^7 \alpha$ -Teilchen. Weit schwächere Besetzung zeigt Gruppe D. Die Ausbeute beträgt hier nur 7 H-Teilchen pro $10^7 \alpha$ -Teilchen.

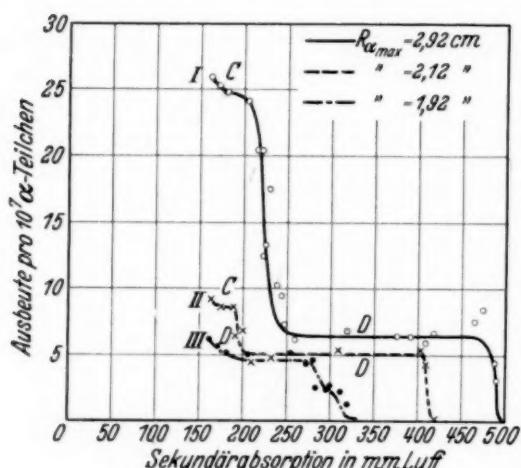


Fig. 4. Absorptionskurve nach vorwärts.

Ihre Reichweite variiert sehr stark mit der α -Strahlenergie, was aus den Kurven II und III ersichtlich ist. Bei Gruppe C nimmt die Besetzung mit der Primärenergieabnahme sehr stark ab, dagegen ist die Ausbeutenabnahme von Gruppe D geringer. Die Reichweite der Gruppe C verändert sich mit abnehmender α -Strahlenergie nur wenig. Bei einer α -Strahlreichweite von 2,12 cm maximal (Kurve II) beträgt sie noch 19 cm, bei 1,92 cm (Kurve III) konnte diese Gruppe nicht mehr gemessen werden, d. h. ihre Reichweite liegt unterhalb 16 cm Luftäquivalent.

Bei einer Reichweite unterhalb von 1,82 cm maximal war die Besetzungszahl der Gruppe D zu gering, als daß man noch definitive Aussagen über den Kurvenverlauf machen konnte.

Aus diesen Messungen (Fig. 4) folgt somit, daß α -Strahlen innerhalb eines Reichweitenintervalls von etwa 3 bis 0 cm zwei gut ausgeprägte Reichweitengruppen von Protonen liefern. Aus den Messungen bei verschiedenen Maximalenergien der α -Strahlen folgt, daß sich die Reichweiten bei den Gruppen im Sinne der α -Energie ändern, ebenso die Ausbeuten, wobei zwischen den Gruppen C und D zunächst nur ein quantitativer Unterschied besteht, daß sich nämlich die Besetzungszahlen der Gruppe C sehr erheblich, die der Gruppe D nur wenig mit der Primärenergie ändern.

2. Versuchsreihe. Fig. 5 zeigt vier Absorptionskurven nach der rechtwinkligen Methode. Sie wurden mit einem Steinsalzkristall gemessen, aus dem eine kreisrunde Scheibe ausgeblendet wurde. Eine Vergleichs-

Tabelle 1 (für Kurve I, Fig. 4).

Registrier-nummer	Sekundär-absorption	Zahl der beobachteten Teilchen	Gemessene H-Teilchen pro Stunde	Relative H-Teilchen pro Stunde	Ausbeute pro 10^7 α -Teilchen
65	375	165	5,4	5,4	6,48
68	392	171	5,3	5,3	6,36
69	410	115	5	5	6
70	419	58	5,7	5,7	6,84
71	492	76	2,8	2,8	3,36
72	465	84	6,4	6,4	7,68
73	488	144	3,8	3,8	4,56
76	319	65	5,7	5,7	6,84
77	260	107	5	5,2	6,24
78	246	157	5,7	5,9	7,08
80	233	207	10,7	11,2	13,44
82	238	304	10,6	11,3	10,17
83	220	330	13,1	14	12,6
84	242	224	7,5	8	9,6
85	228	306	13,3	14,7	17,64
86	219	125	15,4	17	20,4
87	201	278	18,5	20,4	24,6
88	180	467	18,3	20,7	24,84
89	170	368	18,7	21,2	25,44
90	160	389	19,1	21,6	25,92
92	217	366	15	17	20,4
94	472	201	6,1	7,1	8,52

Tabelle 2 (für Kurve II, Fig. 4).

97	160	187	6,5	7,7	9,24
98	171	140	6	7,1	8,52
99	319	191	3,8	4,5	5,4
100	200	128	4,9	5,8	6,9
101	210	119	3,2	3,9	4,68
103	233	137	3,3	4	4,8
104	188	110	6	7,1	8,5
105	419	52	0,4	0,4	0,48
106	190	256	5,8	7,2	8,64
107	410	124	2,8	3,5	4,2
108	400	52	3,8	4,5	5,4
109	423	62	—	—	—

Tabelle 3 (für Kurve III, Fig. 4).

111	170	142	3,8	4,8	5,76
112	180	139	3,5	4,5	5,4
114	210	113	3,5	4,6	5,52
115	319	80	0,9	1,1	1,3
116	300	172	1,7	2,3	2,76
117	311	89	1,4	1,8	2,16
119	295	150	1,5	2,1	2,52
120	259	95	3,3	4,7	5,64
122	273	152	2,7	3,8	4,56
123	283	138	1,5	2,2	2,64
124	160	172	3,6	5,3	6,36
125	280	113	2,8	4,1	4,92

messung mit NaOH zeigte, daß unter den angewandten Versuchsbedingungen Chlor keine Atomtrümmer liefert. Es wurde für die Messungen Steinsalz wegen seiner homogenen Oberfläche gewählt, denn beim Aufgießen des NaOH auf eine Goldfolie kann sich leicht die Oberfläche deformieren. Die gemessenen Ausbeuten wurden auf Na-Element umgerechnet.

Bei voller Primärenergie entsteht Kurve I (Fig. 5). Sie zeigt deutlich drei diskrete Reichweitengruppen. Gruppe A hat eine Ausbeute von

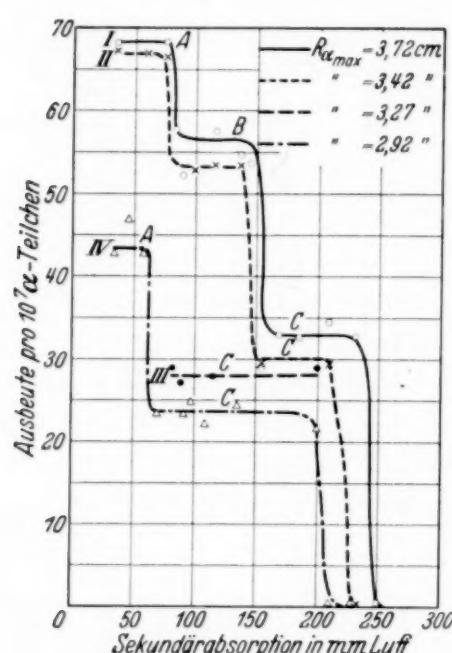


Fig. 5. Absorptionskurve,
rechtwinklig gemessen.

drei diskrete Reichweitengruppen. Gruppe A hat eine Ausbeute von 13 H-Teilchen auf $10^7 \alpha$ -Teilchen und eine Reichweite von 8 cm. Gruppe B besitzt eine Ausbeute von 24 H-Teilchen pro $10^7 \alpha$ -Teilchen bei einer Reichweite von 14 cm, und Gruppe C ist mit 33 H-Teilchen pro $10^7 \alpha$ -Teilchen besetzt. Diese Gruppe entspricht der Gruppe C (Fig. 4) nach vorwärts. Dort hat sie eine Reichweite von 21 cm und hier infolge der höheren Primärenergie 23 cm. Gruppe D der Vorwärtsmessungen konnte nicht mehr aufgelöst werden, denn die Besetzungszahl war zu gering. Aus Tabelle 4 geht hervor, daß pro Stunde für Gruppe C nur 2,3 Teilchen gemessen wurden; bei dieser Anordnung konnte also Gruppe D garnicht hervortreten,

denn nach den Vorwärtsmessungen verhalten sich die Ausbeuten der beiden Gruppen wie 2,7 : 1. Die Besetzung ist also zu gering, als daß man über diese Gruppe bei den rechtwinkligen Messungen definitive Aussagen machen könnte.

Kurve II der Fig. 5 ist mit einer maximalen α -Strahlreichweite von 3,42 cm aufgenommen. Bei den Gruppen A und B bleiben Ausbeute und Reichweite innerhalb der Meßgenauigkeit dieselben, hingegen nimmt Gruppe C sowohl an Ausbeute als auch an Reichweite ab.

Kurve III wurde nur im Absorptionsbereich der Gruppe B gemessen. Man erkennt deutlich, daß bei $R_{\max} = 3,26$ cm Gruppe B nicht mehr angeregt ist. Sie verschwindet also innerhalb eines kleinen α -Reichweitenintervalls, wie es bei Resonanzgruppen der Fall ist.

Kurve IV der Fig. 5 ist mit einer α -Strahlreichweite von maximal 2,92 cm gemessen. Sie entspricht also in bezug auf die Primärenergie der Kurve I der Vorwärtsmessungen (Fig. 4). Wegen der geringen Teilehen-

zahlen konnte Gruppe D bei der rechtwinkligen Anordnung nicht mehr sicher nachgemessen werden. Die Ausbente der Gruppe C in Fig. 5, IV muß also dieselbe sein, wie die von Gruppe C + D in Fig. 4, I, was, wie die Figuren zeigen, innerhalb der Meßgenauigkeit der Fall ist. Bei Gruppe C

Tabelle 4 (für Kurve I, Fig. 5).

Registrier- nummer	Sekundär- absorption	Zahl der beobachteten Teilchen	Gemessene H-Teilchen pro Stunde	Relative H-Teilchen pro Stunde	Ausbente pro 10^7 α -Teilchen
183	35	157	5,3	12,8	68,4
185	75	92	5,3	12,8	68,4
186	79	131	4,2	10,4	57,2
187	115	145	4,3	10,7	57,7
188	135	159	4,1	10,2	55,0
189	153	76	2,2	5,4	29,1
190	183	112	2,4	6,1	32,9
192	208	209	2,5	6,4	34,5
193	230	89	2,4	6,1	32,9
194	89	148	3,8	9,7	52,3
195	143	86	3,9	10	53,9
196	169	100	2,4	6,2	33
197	249	72	—	—	—

Tabelle 5 (für Kurve II, Fig. 5).

206	35	101	4,5	12,5	67,3
207	59	178	4,2	12,2	67,3
208	153	98	2	5,5	29,8
209	75	149	4,5	12,4	67
211	115	129	3,5	9,9	53,4
212	208	74	2,3	5,5	29,2
213	135	114	3,4	9,4	53,4
214	99	103	3,5	9,9	53,6
215	230	100	—	—	—

Tabelle 6 (für Kurve III, Fig. 5).

217	115	80	2,5	5,3	28,6
224	89	112	2,7	5,1	27,3
225	200	164	2,5	5,6	29,9
227	80	90	2,2	5,3	28,3

Tabelle 7 (für Kurve IV, Fig. 5).

160	35	62	3,8	7,8	42,6
161	45	108	4,2	8,7	46,9
162	59	104	3,8	7,9	42,6
163	69	113	2	4,2	23,6
164	91	88	2	4,2	23,6
165	109	95	1,8	3,9	22,1
166	99	110	2,2	4,7	24,9
168	135	85	2,1	4,5	24,4
169	200	104	1,9	4,1	22,1
170	225	41	—	—	—
171	210	54	—	—	—

und D besteht Proportionalität zwischen α - und H-Strahlenergie, wenn man für die H-Strahlgeschwindigkeit die Geigersche Beziehung folgendermaßen ansetzt:

$$v_H = a \sqrt[3.5]{R},$$

wo v_H die Geschwindigkeit, a eine Konstante $= 1,08 \cdot 10^9$ und R die Reichweite der Protonen bedeuten. Diese Formel wurde bei den späteren Berechnungen der Energietönungen auch angewandt.

Die Realität der einzelnen Gruppen wird erhärtet durch den Verlauf des Ionisationsvermögens der H-Teilchen¹⁾. Man erkennt aus Fig. 6, daß

am Ende jeder Reichweitengruppe ein deutlicher Anstieg des Ionisationsvermögens erfolgt.

Theoretische Deutung der Ergebnisse. Die in Fig. 4 und 5 wiedergegebenen Absorptionskurven lassen deutlich zwei bzw. vier gut ausgeprägte Reichweitengruppen erkennen. Auf Grund des Anregungsmechanismus dieser Gruppen läßt sich auf den Vorgang der Eindringung des α -Teilchens in den Na-Kern schließen. Wie weit Schlüsse auf den Eindringungsvorgang durch die Unvollkommenheit der Meßmethodik (dicke Substanzschichten, größere Öffnungswinkel der Primär- und Sekundärstrahlung) verschleiert

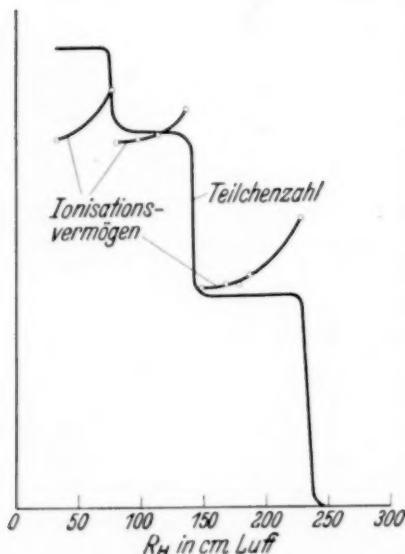


Fig. 6. Verlauf des Ionisationsvermögens.

werden können, ist allgemeiner von H. Pose²⁾ diskutiert worden, doch zeigen die in der vorliegenden Arbeit gemessenen Gruppen so gut definierte Reichweiten, daß von einer störenden Verwaschung kaum die Rede sein kann.

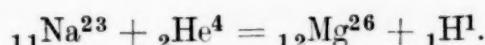
In bezug auf den Verlauf ihrer Anregungskurven zeigen die Gruppen C und D ein sich ähnelndes Verhalten. In beiden Fällen nehmen Ausbeute und Reichweite mit sinkender Primärenergie ab. Es fragt sich nun, ob beim Zustandekommen dieser Gruppen das α -Teilchen in den Kern eingebaut wird oder nicht, denn in beiden Fällen ist eine Variation von Ausbeute und Reichweite im Sinne der Primärenergie zu erwarten. Theoretisch bedeutet das³⁾, daß im Falle des Einbaus eines α -Teilchens bei dünnen

¹⁾ H. Pose, Phys. ZS. **30**, 780, 1929. — ²⁾ Vgl. Hand- und Jahrbuch d. chemischen Physik **6**, III, S. 152ff. — ³⁾ G. Gamow, Der Bau des Atomkerns und die Radioaktivität. Leipzig 1932.

Substanzschichten ein diskretes, wenn das α -Teilchen den Kern verläßt, ein kontinuierliches Protonenspektrum entsteht. In diesem Sinne wären beide Gruppen, C und D, als von einer Einfangung des α -Teilchens herührend zu deuten.

Gruppe B zeigt deutlich das Verhalten einer Resonanzgruppe¹⁾. Mit sinkender α -Strahlreichweite bleiben Ausbeute und Reichweite zunächst konstant, um dann innerhalb eines kleinen Bereiches der Primärenergie zu verschwinden. Die Anregungsreichweite der Gruppe B liegt zwischen $R = 3,42$ und $3,27$ cm.

Auch Gruppe A dürfte im Sinne einer Resonanzeindringung zu deuten sein. Die Anregungsenergie liegt hierbei sehr tief und konnte nicht mit Sicherheit ermittelt werden. Ein kontinuierliches Protonenspektrum, d. h. ein Kernumwandlungsprozeß, bei dem das α -Teilchen mit dem Proton den Kern wieder verläßt, war beim Natrium nicht zu beobachten. Die Gruppen C und D sind Produkte einer normalen Eindringung des α -Teilchens in den Atomkern, in den es in ein Energieniveau eingebaut worden ist. Somit verläuft also die Elementumwandlung bei allen Gruppen nach folgender Formel:



Die Energiewerte für die einzelnen Protonengruppen bei der Umwandlung des Elementes lassen sich aus Energie- und Impulssatz berechnen. Nach Pose²⁾ kann man die Energietönung P folgendermaßen darstellen:

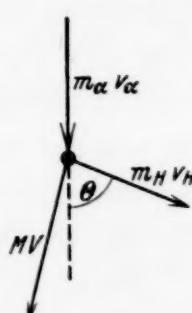
$$P = \frac{m_H r^2}{2} \cdot \frac{M + m_H}{M} + \frac{m_\alpha v_\alpha^2}{2} \left(\frac{m_\alpha}{M + m_H} - 1 \right),$$

wo r eine Abkürzung, die bei der Berechnung der Winkelabhängigkeit der Energie eine anschauliche Rolle spielt, ist:

$$r^2 = v_H^2 - 2 v_H d \cos \Theta + d^2,$$

$$d = \frac{m_\alpha v_\alpha}{M + m_H}.$$

Der Winkel Θ ist erläutert durch nebenstehende Skizze. Bei den vorliegenden Messungen kommen nur die Winkel $\Theta = 0$ und 90° in Betracht. m_α , v_α , m_H , v_H und M und V sind Massen und Geschwindigkeiten des α -Teilchens, des Protons und des Kernrestes.



¹⁾ H. Pose, ZS. f. Phys. **72**, 528, 1931; K. Diebner u. H. Pose, ebenda **75**, 753, 1932. — ²⁾ H. Pose, l. c.

Für die Energietönungen P ergibt sich:

$$\begin{aligned}P_A &= -3,24 \cdot 10^{-6} \text{ erg}, \\P_B &= -1,27 \cdot 10^{-6} \text{ erg}, \\P_C &= -1,14 \cdot 10^{-6} \text{ erg}, \\P_D &= +3,9 \cdot 10^{-6} \text{ erg}.\end{aligned}$$

Diese Werte sind über alle gemessenen Kurven gemittelt.

Die Energietönungen der beiden Gruppen B und C sind innerhalb der Meßgenauigkeit gleich, d. h. das α -Teilchen fällt bei beiden Prozessen auf dasselbe Niveau. Die negativen Werte zeigen, daß hier die Ablösearbeit für das H-Teilchen größer ist als der Energiewert des Niveaus für das α -Teilchen.

Wenn die Energietönung der Gruppe D bekannt ist, kann man ihre Reichweite bei unabgebremsten α -Strahlen berechnen. Sie beträgt ungefähr 51,5 cm. Ihre Rückwärtsreichweite, d. h. $\Theta = 180^\circ$, würde 35 cm sein.

Setzt man in der oben angegebenen Formel $\Theta = 90^\circ$ und rechnet damit die Energietönung der Gruppe C (Fig. 5) aus, so erkennt man, daß diese innerhalb der Meßgenauigkeit mit der von Gruppe C nach vorwärts übereinstimmt, d. h. die theoretisch zu erwartende Winkelabhängigkeit der Reichweiten ist vorhanden.

Mit Hilfe der Energietönungen kann man den Massendefekt des untersuchten Elementes bestimmen, denn der höchste Wert der Energietönung liefert direkt die Differenz zwischen der Bindungsenergie des ursprünglichen und der des entstehenden Kerns, wenn man annimmt, daß bei der höchsten Energietönung das Teilchen auf das Grundniveau fällt. Beim Natrium besteht nun die Schwierigkeit, daß der Massendefekt weder von Natrium selbst noch von Magnesium massenspektrographisch gemessen ist, so daß man seinen absoluten Wert nicht berechnen kann. Aus dem Atomgewicht nach der Formel der Relativitätstheorie $\Delta M = \Delta E/c^2$ kann man ihn nicht ermitteln, da das Atomgewicht nur auf 3 Dezimalen genau bekannt ist, was für die Massendefektbestimmung nicht genügt. Man kann also aus den Atomtrümmermessungen beim Natrium nur die Differenz der Massendefekte von Na_{23} und Mg_{26} angeben. Sie beträgt $3,9 \cdot 10^{-6}$ erg.

Vergleich mit Messungen anderer Autoren. Die Meßergebnisse bei Atomtrümmermessungen an gleichen Elementen zeigen oft große Discrepanzen, was nicht zuletzt an der Unzulänglichkeit der Apparaturen liegt. Ein Beispiel dafür ist die Arbeit von Chadwick, Constable und Pollard¹⁾. Die dort abgebildete Absorptionskurve mit Fluor, die keinerlei

¹⁾ J. Chadwick, J. E. R. Constable u. E. C. Pollard, l. c.

Struktur zeigt, soll der von Natrium sehr ähnlich sein. Man fand eine Reichweite der Protonen für Natrium von 44 cm bei Verwendung von Polonium- α -Strahlen, was mit den vorliegenden Messungen von 51,5 cm Reichweite nicht in Einklang zu bringen ist. Aus dieser Absorptionskurve könnte man auf ein kontinuierliches Protonenspektrum schließen. Die Verfasser geben aber selbst an, daß ihre Apparatur vielleicht die einzelnen vorhandenen Gruppen nicht auflösen konnte. Sie verwandten als Zertrümmerungsfolie einen dünnen Belag von NaOH. Es wurde schon bei der zweiten Versuchsreihe erwähnt, daß man beim Aufgießen des NaOH nicht die Gewähr für eine homogene Schichtdicke hat. Hierin kann also auch schon ein Grund für die Verwaschung liegen. Somit ist ein Vergleich der einzelnen in der vorliegenden Arbeit gemessenen Reichweitengruppen mit den Resultaten der Chadwickschen Arbeit nicht möglich. Der von den Verfassern ausgerechnete kleine Wert der Energietönung ($1,6 \cdot 10^{-6}$ erg) hat seinen Ursprung in der von ihnen bestimmten Reichweite der Protonen.

Gamow¹⁾ nimmt diesen Wert der Energietönung für die Vervollständigung seiner Massendefektkurve. Nach dem in der vorliegenden Arbeit berechneten Wert bekommt das Magnesium eine um $3,9 \cdot 10^{-6}$ erg tiefere Lage als Natrium.

Neuere Messungen über die Protonenemission beim Natrium sind nicht bekannt.

Zusammenfassung. Die Stern-Gerlachsche Molekularstrahlenmethode eignet sich gut, dünne Schichten eines Alkalimetalls auf eine Goldfolie aufzustäuben, so daß sie den Anforderungen der Atomtrümmermessungen genügen. Hier wurde von den Alkalimetallen Natrium gewählt, weil es unter denen, die sich leicht zerstäuben lassen, die größte Ausbeute an Atomtrümmern liefert, wie eine Probemessung zeigte. Es wurde nach dem Bestäuben noch eine Silberschicht über das Natrium gebracht, die die Berührung des Na mit der Luft verhindern sollte. Ihr Luftpäquivalent wurde durch Wägung zu ~ 8 mm bestimmt.

Die Absorptionskurve nach vorwärts zerfällt deutlich in zwei Protonenreichweitengruppen, von denen die eine eine Reichweite von 21 cm und die andere eine von 47 cm hat. Eine zweite Versuchsreihe nach der rechtwinkligen Methode wurde mit einem Steinsalzkristall ausgeführt, um Aufschluß über die Protonen, die mit höherer α -Strahlenergie angeregt werden, zu erhalten. Hier zeigen sich deutlich drei Gruppen: Gruppe A hat eine Reich-

¹⁾ G. Gamow, Der Bau des Atomkerns und die Radioaktivität. Leipzig 1932.

weite von 8 cm, Gruppe B 14 cm und Gruppe C 23 cm. Letztere entspricht der ersten Gruppe nach vorwärts. Die Gruppe mit 47 cm (D) nach vorwärts konnte bei den rechtwinkligen Messungen wegen ihrer relativ kleinen Ausbeute nicht mehr aufgelöst werden.

Gruppe A und B konnten als Resonanzgruppen gedeutet werden, Gruppe C und D sind Ergebnisse der normalen Eindringung des α -Teilchens in das Kerngefüge, in dem es nach Ausschleuderung eines Protons eingebaut wird.

Nach der von Pose angegebenen Formel wurden die Energietönungen der einzelnen Protonengruppen berechnet. Hieraus konnte auf die Reichweite der Gruppe D bei unabgebremsten α -Strahlen geschlossen werden. Sie beträgt ungefähr 51,5 cm, nach rückwärts 35 cm. Die Differenz der Massendefekte von Na_{23} und Mg_{26} berechnet sich zu $3,9 \cdot 10^{-6}$ erg, was gleichbedeutend ist mit der Energietönung der Gruppe D.

Zusammenfassend kann also festgestellt werden, daß die Protonen, die aus Natrium mit Polonium- α -Strahlen ausgelöst werden, eine Maximalreichweite von 51,5 cm haben, und in vier Gruppen zerfallen, von denen zwei Resonanzcharakter haben.

Herrn Prof. Dr. G. Hoffmann und Herrn Privatdozent Dr. H. Pose bin ich für die Anregung zur vorliegenden Arbeit und für ihre stete Teilnahme an dem Verlauf der Experimente, Herrn Prof. Dr. A. Smekal für sein wohlwollendes Interesse zu großem Dank verpflichtet.

Das photographische Registrierpapier wurde aus den Mitteln der Helmholtzgesellschaft angeschafft, der an dieser Stelle dafür bestens gedankt sei.

Bemerkungen zur Diracschen Theorie des Positrons.

Von W. Heisenberg in Leipzig.

(Eingegangen am 21. Juni 1934.)

I. Anschauliche Theorie der Materiewellen: 1. Die inhomogene Differentialgleichung der Dichtematrix. 2. Die Erhaltungssätze. 3. Anwendungen (Polarisation des Vakuums). II. Quantentheorie der Wellenfelder: 1. Aufstellung der Grundgleichungen. 2. Anwendungen (die Selbstenergie der Lichtquanten).

Die Absicht der vorliegenden Arbeit¹⁾ ist, die Diracsche Theorie des Positrons²⁾ in den Formalismus der Quantenelektrodynamik einzubauen. Dabei soll gefordert werden, daß die Symmetrie der Natur in positiver und negativer Ladung von vornherein in den Grundgleichungen der Theorie zum Ausdruck kommt, ferner, daß außer den durch die bekannten Schwierigkeiten der Quantenelektrodynamik bedingten Divergenzen keine neuen Unendlichkeiten im Formalismus auftreten, d. h. daß die Theorie eine Approximationsmethode liefert zur Behandlung des Problemkreises, der auch nach der bisherigen Quantenelektrodynamik behandelt werden konnte. Durch das letztgenannte Postulat unterscheidet sich der vorliegende Versuch von den Untersuchungen von Fock³⁾, Oppenheimer und Furry⁴⁾, Peierls⁵⁾, denen er sonst ähnlich ist; er schließt sich hier vielmehr eng an eine Arbeit von Dirac⁶⁾ an. Gegenüber der Diracschen Behandlung betont die Arbeit die Bedeutung der Erhaltungssätze für das Gesamtsystem Strahlung—Materie und die Notwendigkeit, die Grundgleichungen der Theorie in einer über das Hartreesche Approximationenverfahren hinausgehenden Weise zu formulieren.

I. Anschauliche Theorie der Materiewellen.

1. Die inhomogene Differentialgleichung der Dichtematrix. Die wichtigsten Resultate der oben zitierten Diracschen Arbeit seien zuerst kurz wiederholt: Ein quantenmechanisches System von vielen Elektronen, die das Paulische Prinzip erfüllen und sich ohne gegenseitige Wechselwirkung in einem vor-

¹⁾ Diese Arbeit ist aus Diskussionen entstanden, die ich teils schriftlich, teils mündlich mit den Herren Pauli, Dirac und Weisskopf geführt habe und für die ich ihnen herzlich danke. — ²⁾ Z. B.: P. A. M. Dirac, The principles of Quantum Mechanics, p. 255. Oxford 1930. — ³⁾ V. Fock, C. R. Leningrad (N. S.) 1933, S. 267—271 Nr 6. — ⁴⁾ W. H. Furry u. I. R. Oppenheimer, Phys. Rev. **45**, 245, 1934. — ⁵⁾ R. Peierls, im Erscheinen. — ⁶⁾ P. A. M. Dirac, Proc. Cambr. Phil. Soc. **30**, 150, 1934 (im folgenden stets als l. c. zitiert).

gegebenen Kraftfeld bewegen, kann charakterisiert werden durch eine „Dichtematrix“:

$$(x' t' k' | R | x'' t'' k'') = \sum_n \psi_n^*(x' t' k') \psi_n(x'' t'' k''), \quad (1)$$

wobei $\psi_n(x' t' k')$ die normierten Eigenfunktionen der mit einem Elektron besetzten Zustände bedeuten, $x' t' k'$ bzw. $x'' t'' k''$ sind Orts-, Zeit- und Spinvariable. Aus der Dichtematrix können alle physikalisch wichtigen Eigenschaften des quantenmechanischen Systems wie Ladungsdichte, Stromdichte, Energiedichte usw. abgelesen werden. Allerdings gilt dies immer nur in der Näherung, in der von der Wechselwirkung der Elektronen abgesehen werden kann, d. h. in der die typisch quantentheoretischen unanschaulichen Züge des Geschehens nicht vorkommen; die Dichtematrix vermittelt also ein anschauliches, korrespondenzmäßiges Bild des wirklichen Vorgangs — ähnlich wie die klassisch-mechanischen Atommodelle dies tun; die Forderung, daß die ψ_n in (1) normiert sein sollen, die nach Dirac auch in der Form (für $t' = t''$)

$$R^2 = R \quad (2)$$

ausgedrückt wird, kann zu den Quantenbedingungen der früheren halbklassischen Theorie in Parallele gesetzt werden.

Die zeitliche Änderung der Dichtematrix wird durch die Diracsche Differentialgleichung bestimmt:

$$\begin{aligned} \mathcal{H}R = & \left[i\hbar \frac{\partial}{c\partial t'} + \frac{e}{c} A_0(x') + \alpha_s \left(i\hbar \frac{\partial}{\partial x'_s} - \frac{e}{c} A_s(x') \right) \right. \\ & \left. + \beta m c \right] R = 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Es werden von jetzt ab durchweg die folgenden Bezeichnungen verwendet:

Koordinaten:

$$ct' = x'_0 = -x^0, \quad x'_i = x^i, \quad x'_\lambda - x''_\lambda = x_\lambda, \quad \frac{x'_\lambda + x''_\lambda}{2} = \xi_\lambda.$$

Potentiale:

$$A_0 = -A^0, \quad A_i = A^i,$$

Feldstärken:

$$\frac{\partial A^u}{\partial \xi_v} - \frac{\partial A^v}{\partial \xi_u} = F^{uv}, \quad F^{0s} = -F_{0s}.$$

$$(F^{01}, F^{02}, F^{03}) = \mathfrak{E}, \quad (F^{23}, F^{31}, F^{12}) = \mathfrak{H}.$$

Spinmatrizen:

$$\alpha^0 = 1, \quad \alpha_0 = -1, \quad \alpha^i = \alpha_i.$$

Griechische Indizes laufen stets von 0 bis 3, lateinische von 1 bis 3. Das Herauf- oder Herunterziehen der Indizes soll nach den üblichen Formeln

der Relativitätstheorie erfolgen. Über doppelt auftretende Indizes soll stets summiert werden. Da sich die α^λ nicht einfach wie Vektoren transformieren, hat für diese Größen die gewählte Bezeichnungsweise nur den Wert einer zweckmäßigen Abkürzung. Gleichung (3) nimmt z. B. jetzt die Form an:

$$\left\{ \alpha^\lambda \left[i \hbar \frac{\partial}{\partial x_\lambda'} - \frac{e}{c} A^\lambda(x') \right] + \beta m c \right\} R = 0.$$

Wenn, wie die Diracsche Löchertheorie es fordert, alle Zustände negativer Energie bis auf endlich viele besetzt und auch nur endlich viele Zustände positiver Energie besetzt sind, so wird die Matrix R auf dem durch

$$x_\varrho x^\varrho = 0 \quad (5)$$

definierten Lichtkegel singulär. Man betrachtet dann nach Dirac zweckmäßig an Stelle der Matrix R die neue Matrix¹⁾

$$R_S = R - \frac{1}{2} R_F, \quad (6)$$

wobei R_F den Wert von R für den Zustand des Systems bezeichnet, bei dem jedes Elektronenniveau besetzt ist. R_F geht für $t' = t''$, wie man leicht nachweist, über in die Diracsche δ -Funktion der Variablen $x' k'$, $x'' k''$. Die Matrix R_S hat bereits die Symmetrie in bezug auf das Vorzeichen der Ladung, die später im Formalismus wichtig wird: sie geht durch Addition von $\frac{1}{2} R_F$ über in die der „Löcher“theorie entsprechende Matrix R ; durch Subtraktion von $\frac{1}{2} R_F$ geht sie in die negative Dichtematrix einer Verteilung über, bei der die Zustände positiver Energie besetzt und die negativer Energie frei sind; Vertauschung der Punkte $x' t' k'$ und $x'' t'' k''$ in R_S und Vorzeichenwechsel von R_S sind einem Vorzeichenwechsel der Elektronenladung äquivalent. Die Singularität der Matrix R_S auf dem Lichtkegel ist von Dirac untersucht worden; man kann die Matrix in der Form

$$(x' k'' | R_S | x'' k'') = u \frac{\alpha^\varrho x_\varrho}{(x^\lambda x_\lambda)^2} - \frac{v}{x^\lambda x_\lambda} + w \log |x^\lambda x_\lambda| \quad (7)$$

darstellen, wobei

$$u = - \frac{i}{2 \pi^2} e^{- \frac{e i}{\epsilon \hbar} \int_{P'}^{P''} A^\lambda dx_\lambda}. \quad (8)$$

(Das Integral ist auf der geraden Linie von P' nach P'' zu nehmen.)

¹⁾ Das Doppelte der Matrix R_S ist die von Dirac mit R_1 bezeichnete Matrix.

Die Größe w ist durch eine Differentialgleichung eindeutig festgelegt, v ist nur bis auf ein additives Glied der Form $x^\lambda x_\lambda \cdot g$ bestimmt. Von der Dichtematrix R schließt man gewöhnlich auf Ladungsdichte, Stromdichte usw., indem man z. B. für die Ladungsdichte den Ansatz

$$\varrho(x) = e \sum_k (xk|R|xk) \quad (9)$$

macht; entsprechend für die anderen physikalischen Größen. Dieser Schluß ist nun wegen der Singularität der Matrix R offenbar unrichtig. Z. B. wird, wenn kein äußeres Feld vorhanden ist, nur die Abweichung der Dichtematrix von der Matrix des Zustandes, bei dem alle Niveaus negativer Energie ausgefüllt sind, zur Ladungs- und Stromdichte beitragen. Man wird also nach Dirac von der Dichtematrix eine durch die äußeren Felder eindeutig bestimmte andere Dichtematrix abzuziehen haben, um die „wirkliche“ Dichtematrix — wir nennen sie $(x'k'|r|x''k'')$ — zu bekommen, die für Ladungs- und Stromdichte, Energiedichte usw. entsprechend Gleichung (9) maßgebend ist. Wir setzen

$$r = R_S - S, \quad (10)$$

wobei S eine durch die Potentiale A^λ eindeutig bestimmte Funktion von $x'_\lambda k'$ und $x''_\lambda k''$ sein soll.

An Stelle der Differentialgleichung (3) tritt also jetzt die Gleichung

$$\mathcal{H}r = -\mathcal{H}S. \quad (11)$$

Die rechte Seite ist eine noch näher zu bestimmende Funktion des elektromagnetischen Feldes; die ursprünglich homogene Diracsche Gleichung (3) wird demnach ersetzt durch die inhomogene Gleichung (11). Eine solche Gleichung ist der naturgemäße Ausdruck der Tatsache, daß Materie entstehen und vergehen kann; die Art der Entstehung und Vernichtung wird durch die mathematische Form der Größe HS festgelegt. Wenn keine äußeren Felder vorhanden sind, so soll S gegeben sein durch den Wert von R_S für die Verteilung, bei der alle Zustände negativer Energie besetzt sind; denn wir nehmen an, daß im feldfreien Vakuum die Matrix r überall verschwindet. Die Menge von Materie, die im ganzen entsteht, wenn ein äußeres Feld eingeschaltet und wieder ausgeschaltet wird, kann ermittelt werden ohne nähere Bestimmung von S bei Anwesenheit äußerer Felder. Denn wenn R_S (und damit r) vor Einschalten irgendwelcher Felder bekannt war, so läßt sich aus Gleichung (3) der Wert von R_S nach dem Wiederausschalten des Feldes ermitteln. Nach dem Ausschalten des Feldes hat aber S wieder den ursprünglichen Wert, also kann auch r berechnet werden. Es können aber umgekehrt die Resultate über die Materieerzeugung beim

Ein- und Ausschalten von Feldern allgemeine Anhaltspunkte geben über die Form der rechten Seite von (11) bei Anwesenheit von Feldern. Z. B. zeigt eine einfache Störungsrechnung, daß die beim Ein- und Ausschalten erzeugte Gesamtmenge von Materie im allgemeinen bereits dann unendlich ist, wenn der zeitliche Differentialquotient der elektrischen oder magnetischen Feldstärke beim Ein- und Ausschaltvorgang irgendwann unstetig war, und erst recht dann, wenn Feldstärke oder Potentiale selbst unstetig waren; daraus kann man schließen, daß die rechte Seite von (11) neben den Potentialen und Feldstärken auch deren erste und zweite Ableitungen enthalten muß.

Die Bestimmung von S bei Anwesenheit äußerer Felder nimmt Dirac (l. c.) in der Weise vor, daß er ein bestimmtes mathematisches Verfahren beschreibt, welches nach der Reihe die singulären Teile der Matrix R_S liefert; die Summe dieser so gewonnenen singulären Teile identifiziert Dirac mit S . Das von Dirac gewählte mathematische Verfahren liefert aber im kräftefreien Fall nicht den oben definierten Wert von S , sondern einen, der sich von ihm um eine auf dem Lichtkegel reguläre Matrix unterscheidet. Obwohl demnach eine eindeutige Festlegung der Inhomogenität in (11) aus formalen Argumenten allein kaum möglich ist, wird man durch Berücksichtigung der Erhaltungssätze von Ladung, Energie und Impuls die Möglichkeiten für S so weit einschränken können, daß ein bestimmter Wert als einfachste Annahme ausgezeichnet werden kann. Den Wert von S , der bei Abwesenheit äußerer Kräfte und Potentiale gilt (vgl. oben) und der bei Dirac, l. c., Gleichung (20) bis (22) berechnet ist, bezeichnen wir als S_0 . Wenn zwar keine Felder vorhanden sind, wohl aber Potentiale in Gleichung (3) vorkommen, deren Rotation verschwindet, so ist S_0 zu ersetzen durch

$$e^{-\frac{ei}{\hbar c} \int_{P'}^{P''} A^\lambda dx_\lambda} \cdot S_0.$$

Die Größe S wird also als wichtigstes Glied, das die höchste Singularität auf dem Lichtkegel besitzt, diese Größe enthalten, wobei das Integral wieder auf der geraden Linie von P' nach P'' genommen werden soll. Wir setzen

$$S = e^{-\frac{ei}{\hbar c} \int_{P'}^{P''} A^\lambda dx_\lambda} \cdot S_0 + S_1. \quad (12)$$

Entwickelt man S_1 für kleine x_λ , so muß es nach (7) in der Form

$$S_1 = \frac{a}{x_\lambda x^i} + b \log \left| \frac{x_\lambda x^i}{C} \right| \quad (13)$$

dargestellt werden können. Da letzten Endes die Dichtematrix nur für die Berechnung von Ladungs-, Strom- und Energiedichte wichtig ist, so genügt es (vgl. 2.), von der Entwicklung der Größe a nach x_λ nur die Glieder bis zur dritten Ordnung in x_λ einschließlich, von b die Glieder bis zur ersten Ordnung in x_λ zu kennen; ferner genügt aus dem gleichen Grunde die Berechnung der Glieder, die die α^λ nur linear enthalten. Ein mit Gleichung (7) und den Diracschen Resultaten über die Singularitäten der Dichtematrix verträglicher Ausdruck für a und b lautet (bis auf die höheren Glieder):

$$\left. \begin{aligned} a &= u \left\{ \frac{e i}{24 \hbar c} x_\varrho x^\sigma \alpha^\lambda \left(\frac{\partial F_{\lambda\sigma}}{\partial \xi_\varrho} - \delta_\lambda^\varrho \frac{\partial F_{\tau\sigma}}{\partial \xi_\tau} \right) - \frac{e^2}{48 c^2 \hbar^2} x_\varrho x_\sigma x^\tau \alpha^\varrho F^{\mu\sigma} F_{\mu\tau} \right\}, \\ b &= u \left\{ \frac{e i}{24 \hbar c} \alpha^\lambda \frac{\partial F_{\tau\lambda}}{\partial \xi_\tau} + \frac{e^2}{24 \hbar^2 c^2} x_\lambda \alpha^\mu \left(F_{\tau\mu} F^{\tau\lambda} - \frac{1}{4} \delta_\mu^\lambda F_{\tau\sigma} F^{\tau\sigma} \right) \right\}. \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Die Feldstärken sind hier jeweils an der Stelle $\frac{x'_l + x''_l}{2} = \xi_l$ zu nehmen. Die Größe u ist durch Gleichung (8) gegeben.

Definiert man S durch die Gleichungen (12) bis (14), so kann die Differenz $R_S - S$ noch auf dem Lichtkegel singulär werden durch Glieder vom Typus $\frac{x_\lambda x_\mu x_\nu x_\pi}{x_\varrho x^\varrho} \cdot A^{\lambda\mu\nu\pi}$, oder $x_\lambda x_\mu A^{\lambda\mu} \log |x_\varrho x^\varrho|$, oder $\frac{(\alpha^\lambda \alpha^\mu - \alpha^\mu \alpha^\lambda) A_{\mu\lambda}}{x_\varrho x^\varrho}$.

In all diesen Fällen kann man aber aus der Dichtematrix auf Strom- und Ladungsdichte, Energie- und Impulsdichte schließen, indem man den Grenzübergang $x_\lambda \rightarrow 0$ nicht auf dem Lichtkegel, sondern von raumartigen oder zeitartigen Richtungen her ausführt. Die eben genannten singulären Glieder tragen dann nichts bei (die in α_λ nicht linearen Glieder fallen schon vor dem Grenzübergang weg).

Die Matrizen R , R_S , S und S_0 sind sämtlich hermitisch, d. h. sie gehen bei Vertauschung von $x'k'$ mit $x''k''$ (also bei Vorzeichenumkehr von x) in den konjugierten Wert über.

Die Berechnung der Formeln (14) erfolgt am einfachsten nach dem von Dirac (l. c.) angegebenen Verfahren. Die mathematische Form der Ausdrücke (14) zeigt, daß die bei der Festsetzung der Größen a und C noch vorhandene Willkür, wenn man keine wesentlich komplizierteren Ausdrücke für (14) zulassen will, eigentlich nur darin besteht, daß zu a ein Ausdruck der Form $x_\varrho x^\sigma \alpha_\lambda \frac{\partial F_{\lambda\sigma}}{\partial \xi_\varrho}$ und ein anderer der Form $x_\varrho x^\sigma x_\lambda \alpha^\lambda F^{\tau\sigma} F_{\tau\sigma}$ addiert werden könnte, ohne Veränderung der Singularitäten der Matrix S ; ferner ist C ganz willkürlich. Für die aus der Dichtematrix folgenden Ladungs- und Stromdichten geben die beiden Unbestimmt-

heiten (in a und C) in gleicher Weise zu einer additiven Ladungs- und Stromdichte Anlaß. Man kann daher das erste Glied in a in der in (14) angegebenen Weise willkürlich festlegen und alle Unbestimmtheit der Ladungsdichte auf die Größe C schieben. Das zweite Glied in a ist dann, wie in 2. gezeigt wird, durch die Erhaltungssätze so bestimmt, wie in Gleichung (14) angegeben. Die Willkür bei der Wahl der Konstanten C schließlich ist deshalb uninteressant, weil nach Dirac für die in (7) definierte Matrix w die Gleichung $\mathcal{H}w = 0$ gilt; d. h. in der rechten Seite von (11) fällt die Größe C (bis auf Glieder, die α^k oder x_i quadratisch enthalten) heraus. Dies ist jedoch nur dann richtig, wenn das elektromagnetische Feld mit allen Ableitungen stetig ist und die Matrix w nach x_i und ξ_i entwickelt werden kann. Macht man diese Annahme, so nimmt man den Nachteil in Kauf, daß man die Theorie nicht einfach an den Spezialfall des feldfreien Raumes (z. B. durch Störungsrechnung) anschließen kann. Läßt man unstetige Änderungen höherer Differentialquotienten der Felder oder andere Singularitäten zu, so gilt an den betreffenden singulären Stellen die Gleichung $\mathcal{H}w = 0$ nicht mehr, und die Festlegung der Größe C wird wichtig. In diesem Fall kann die zweckmäßige Wahl der Größe C durch folgende Überlegung gefunden werden: Man denke sich ein aus einer vorgegebenen äußeren Ladungsdichte entspringendes Feld adiabatisch vom Feld „Null“ ausgebend eingeschaltet. Dann wird durch dieses Einschalten ein durch die Matrix r gegebenes Materiefeld entstehen; dieses Materiefeld wird, wie die Gleichungen (13) und (14) lehren, je nach der Wahl von C die äußere Ladungsdichte ganz oder teilweise kompensieren oder sie vergrößern; wir wollen nun C so wählen, daß die Gesamtladung des durch r gegebenen Materiefeldes bei dem betrachteten Prozeß verschwindet; wenn dies nicht der Fall wäre, so würde nämlich beim „Einschalten“ der äußeren Ladungsdichte diese gar nicht getrennt werden können von der entstehenden Elektronenladungsdichte, d. h. man würde als „äußere“ Ladungsdichte schon die Summen der beiden Dichten definiert haben. Auf die mathematische Behandlung dieser Frage werden wir in 3. zurückkommen. Dort werden wir auch die Berechnung der Größe C nachholen — die ja nach dem oben Gesagten eher mathematische als physikalische Bedeutung hat; hier sei nur ihr Wert angegeben:

$$C = 4 \left(\frac{\hbar}{m c} \right)^2 e^{-2/3 - 2\gamma}, \quad (15)$$

wobei γ die Eulersche Konstante: $\gamma = 0,577\dots$ bezeichnet.

Damit ist die Bestimmung der Inhomogenität der Differentialgleichung (11) durchgeführt. Hinsichtlich der aus der Dichtematrix r folgenden Ströme

sind unsere Annahmen denen von Dirac (l. c.) äquivalent; dagegen liefert, wie mir Herr Dirac freundlicherweise mitteilte, die hier getroffene Festsetzung für die Matrix S eine andere Energie- und Impulsdichte als die Diracsche Festsetzung.

2. *Die Erhaltungssätze.* Aus der Dichtematrix r können in der üblichen Weise Ladungs- und Stromdichte, und nach einer Untersuchung von Tetrode¹⁾ Energie- und Impulstensor der Materiewellen durch die folgenden Gleichungen hergeleitet werden:

$$\left. \begin{aligned} s_\lambda(\xi) &= e \sum_{k' k''} \alpha_{k' k''}^\lambda (\xi k' | r | \xi k''); \\ U_r^u(\xi) &= \lim_{x \rightarrow 0} \left\{ i e \hbar \frac{\partial}{\partial x_u} - \frac{e}{2} \left[A^u \left(\xi + \frac{x}{2} \right) + A^u \left(\xi - \frac{x}{2} \right) \right] \right. \\ &\quad \left. \sum_{k' k''} \alpha_{k' k''}^v \left(\xi + \frac{x}{2}, k' | r | \xi - \frac{x}{2}, k'' \right) \right\} \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

Um zu zeigen, daß für die so definierten Größen die Erhaltungssätze in der üblichen Form gelten, soll zunächst die folgende Gleichung bewiesen werden:

$$\left. \begin{aligned} \sum_{k' k''} \alpha_{k' k''}^\lambda \left[i \hbar \frac{\partial}{\partial \xi_\lambda} - \frac{e}{c} A^\lambda \left(\xi + \frac{x}{2} \right) + \frac{e}{c} A^\lambda \left(\xi - \frac{x}{2} \right) \right] \\ \left(\xi + \frac{x}{2}, k' | r | \xi - \frac{x}{2}, k'' \right) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

bis auf Glieder, die in den x_λ mindestens quadratisch sind. Gleichung (17) ist äquivalent der Behauptung

$$\left. \begin{aligned} \sum_{k' k''} \alpha_{k' k''}^\lambda \left[i \hbar \frac{\partial}{\partial \xi_\lambda} - \frac{e}{c} A^\lambda \left(\xi + \frac{x}{2} \right) + \frac{e}{c} A^\lambda \left(\xi - \frac{x}{2} \right) \right] \\ \left(\xi + \frac{x}{2}, k' | S | \xi - \frac{x}{2}, k'' \right) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

bis auf quadratische Glieder in x_λ ; denn für die Matrix R_S gilt ja die Gleichung $\mathcal{H}R_S = 0$, also auch sicher Gleichung (17). Nun ist

$$\left. \begin{aligned} \left[i \hbar \frac{\partial}{\partial \xi_\lambda} - \frac{e}{c} A^\lambda \left(\xi + \frac{x}{2} \right) + \frac{e}{c} A^\lambda \left(\xi - \frac{x}{2} \right) \right] e^{-\frac{e i}{\hbar c} \int_{P'}^{P''} A^\lambda d x_\lambda} \\ = e^{-\frac{e i}{\hbar c} \int_{P'}^{P''} A^\lambda d x_\lambda} \cdot \frac{e}{c} \int_{P'}^{P''} F^{\lambda u} d x_u, \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

¹⁾ H. Tetrode, ZS. f. Phys. **49**, 858, 1928.

und $\frac{\partial}{\partial \xi_\lambda} S_0 = 0$. Beachtet man noch, daß S_0 in der Form

$$\alpha^\lambda x_\lambda f(x^\varrho x_\varrho) + \beta m c g(x^\varrho x_\varrho)$$

geschrieben werden kann, so folgt, daß Gleichung (18) jedenfalls für den ersten Anteil

$$e \cdot \frac{-\frac{e i}{\hbar c} \int_{P'}^{P''} A^\lambda d x_\lambda}{S_0}$$

von S richtig ist. Es ist jetzt also Gleichung (18) noch für den Anteil S_1 zu zeigen. Ihre Gültigkeit für den Anteil $b \log \left| \frac{x_\varrho x^\varrho}{C} \right|$ von S_1 ist dabei wieder selbstverständlich, weil für die Matrix w nach Dirac $\mathcal{H}w = 0$ gilt (vgl. jedoch S. 215). Es bleibt also noch die Diskussion des Anteils $a/x_\lambda x^\lambda$. Die Durchrechnung zeigt, daß nach (14) die von der Differentiation nach ξ_λ herrührenden Glieder im ersten Teil von a wegen Gleichung (19) gerade die vom zweiten Teil aufheben. Damit ist die Gültigkeit von Gleichung (17) erwiesen.

Aus Gleichung (17) folgt, wenn man in ihr zum limes $x_\lambda \rightarrow 0$ übergeht, der Erhaltungssatz der Ladung:

$$\frac{\partial}{\partial \xi_\lambda} e \sum_{k' k''} \alpha_{k' k''}^\lambda (\xi k' | r | \xi k'') = \frac{\partial s_\lambda}{\partial \xi_\lambda} = 0. \quad (20)$$

Der Grenzübergang $x_\lambda \rightarrow 0$ ist nach den Bemerkungen zu Gleichung (14) nicht auf dem Lichtkegel, sondern entweder von einer raumartigen oder einer zeitartigen Richtung her auszuführen.

Für den Erhaltungssatz von Energie und Impuls findet man in derselben Weise:

$$\begin{aligned} \frac{\partial U_v^u(\xi)}{\partial \xi_v} &= \lim_{x \rightarrow 0} \left\{ i e \hbar \frac{\partial}{\partial x_u} - \frac{e}{2} \left[A^u \left(\xi + \frac{x}{2} \right) + A^u \left(\xi - \frac{x}{2} \right) \right] \right\} \\ &\quad \sum_{k' k''} \alpha_{k' k''}^v \frac{\partial}{\partial \xi_v} \left(\xi + \frac{x}{2}, k' | r | \xi - \frac{x}{2}, k' \right) \\ &\quad - \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e}{2} \frac{\partial}{\partial \xi_v} \left[A^u \left(\xi + \frac{x}{2} \right) + A^u \left(\xi - \frac{x}{2} \right) \right] \\ &\quad \cdot \sum_{k' k''} \alpha_{k' k''}^v \left(\xi + \frac{x}{2}, k' | r | \xi - \frac{x}{2}, k'' \right), \end{aligned}$$

und nach (17)

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial U_v^u(\xi)}{\partial \xi_v} &= \lim_{x \rightarrow 0} \left\{ i e \hbar \frac{\partial}{\partial x_u} - \frac{e}{2} \left[A^u \left(\xi + \frac{x}{2} \right) + A^u \left(\xi - \frac{x}{2} \right) \right] \right\} \\ &\quad \left[- \frac{e}{i e \hbar} A^r \left(\xi + \frac{x}{2} \right) + \frac{e}{i e \hbar} A^r \left(\xi - \frac{x}{2} \right) \right] \sum_{k' k''} \alpha_{k' k''}^r \left(\xi + \frac{x}{2}, k' | r | \xi - \frac{x}{2}, k'' \right) \\ &\quad - \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e}{2} \frac{\partial}{\partial \xi_v} \left[A^u \left(\xi + \frac{x}{2} \right) + A^u \left(\xi - \frac{x}{2} \right) \right] \\ &\quad \sum_{k' k''} \alpha_{k' k''}^r \left(\xi + \frac{x}{2}, k' | r | \xi - \frac{x}{2}, k'' \right) \\ &= - e F^{r \mu}(\xi) \sum_{k' k''} \alpha_{k' k''}^r (\xi k' | r | \xi k'') = - F^{r \mu} s_r. \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

Addiert man also zu U_v^u den Energie-Impulstensor des Maxwellschen Feldes:

$$V_r^u = \frac{1}{4 \pi} \left(- F^{r \mu} F_{\tau \nu} + \frac{1}{4} \delta_r^\mu F^{\tau \sigma} F_{\tau \sigma} \right) \quad (22)$$

und legt die Maxwellschen Gleichungen in der Form:

$$\frac{\partial F_{\tau \nu}}{\partial \xi_r} = - 4 \pi s_\tau \quad (23)$$

zugrunde, so gilt für den Tensor

$$T_r^u = U_r^u + V_r^u \quad (24)$$

die Beziehung:

$$\frac{\partial T_r^u}{\partial \xi_v} = 0. \quad (25)$$

Nach Tetrode (l. c.) ist übrigens die Differenz $U_{u \nu} - U_{v \mu}$ ein Tensor, dessen Divergenz verschwindet. Man kann also den Energie-Impulstensor des Materiefeldes auch symmetrisieren, ohne die Gültigkeit von (25) zu stören.

Die bisherigen Resultate kann man in folgender Weise kurz zusammenfassen: Beschränkt man sich auf eine korrespondenzmäßig-anschauliche Theorie des Materiefeldes, so kann die bekannte Schwierigkeit des Auftretens negativer Energieniveaus in der Diracschen Theorie dadurch vermieden werden, daß man die homogene Diracsche Differentialgleichung (3) ersetzt durch eine inhomogene Gleichung, wobei die Inhomogenität für die „Paarerzeugung“ maßgebend ist. Für das dieser Gleichung genügende Materiefeld gelten zusammen mit dem Maxwellschen Feld die üblichen Erhaltungssätze, gleichzeitig sind die Energien des Materiefeldes und die des Strahlungsfeldes einzeln stets positiv.

Die Invarianz der Theorie gegenüber einer Vorzeichenänderung der Elementarladung kann man am einfachsten in folgender Weise erkennen: Man ersetze in den Gleichungen (11) und (16) $+e$ durch $-e$ und außerdem $(x' k' | r | x'' k'')$ durch $-(x'' k'' | \bar{r} | x' k')$. Für die Matrix \bar{r} gelten dann wieder die ursprünglichen Gleichungen (11) und (16).

3. Anwendungen. Zwei einfache Beispiele sollen die Anwendung der in 1. und 2. geschilderten Methode illustrieren: Wir nehmen zunächst an, daß ein als kleine Störung betrachtetes skalares Potential A_0 langsam eingeschaltet und dann konstant gehalten werde und fragen nach der im ursprünglich leeren Raum entstehenden Materie; dabei soll die Ladungsdichte, die zum Potential A_0 Anlaß gibt, als „äußere Ladungsdichte“ bezeichnet werden¹⁾.

Wir lösen zunächst die Diracsche Differentialgleichung für ein Elektron, dessen Zustand vor Einschalten des Feldes durch eine ebene Welle repräsentiert ist; seine Eigenfunktion heiße ψ_n , und es gelte vor Einschalten des Feldes

$$\psi_n(x') = u_n(x') e^{\frac{i}{\hbar} p_n^0 x'_0}. \quad (26)$$

Wir setzen

$$\psi_n(x') = \sum_m c_{nm}(x'_0) u_m(x') e^{\frac{i}{\hbar} p_m^0 x'_0} \quad (27)$$

und aus

$$\left\{ \alpha^\lambda \left[i \hbar \frac{\partial}{\partial x'_\lambda} - \frac{e}{c} A^\lambda(x') \right] + \beta m c \right\} \psi = 0$$

folgt in der üblichen Weise:

$$\frac{d}{dx'_0} c_{nm} = \frac{i}{\hbar} H_{nm} e^{\frac{i}{\hbar} (p_n^0 - p_m^0) x'_0}, \quad (28)$$

wobei

$$H_{nm} = \int u_m^*(x''') \frac{e}{c} \alpha^\lambda A^\lambda(x''') u_n(x''') dx'''. \quad (29)$$

Hier bedeutet $\int dx'''$ die Integration über die Ortsvariablen und die Summation über die Spinindizes.

Aus (28) ergibt sich, wenn die H_{nm} zeitlich konstant geworden sind:

$$c_{nm} = H_{nm} \frac{e^{\frac{i}{\hbar} (p_n^0 - p_m^0) x_0} - \varepsilon_{nm}}{p_n^0 - p_m^0} + \delta_{nm}. \quad (30)$$

Die Konstanten ε_{nm} hängen dabei von der Art des zeitlichen Anstiegs der H_{nm} ab; wir wollen annehmen, daß der Anstieg so langsam und gleichmäßig

¹⁾ Dieses Problem ist im wesentlichen schon von Dirac in seinem Bericht für den Solvay-Kongreß 1933 behandelt worden.

erfolgt sei, daß die ε_{nm} in hinreichender Näherung verschwinden. Dann gilt also

$$c_{nm} = H_{nm} \frac{e^{\frac{i}{\hbar}(p_n^0 - p_m^0)x_0}}{p_n^0 - p_m^0} + \delta_{nm}$$

und

$$\psi_n(x') = \left[\sum_m u_m(x') \frac{H_{nm}}{p_n^0 - p_m^0} + u_n(x') \right] e^{\frac{i}{\hbar} p_n^0 x'_0}. \quad (31)$$

Glieder von höherer als erster Ordnung in den H_{nm} werden im folgenden stets vernachlässigt. Für die Matrix R_S gilt nach ihrer Definition:

$$(x' k' | R_S | x'' k'') = \frac{1}{2} \left[\sum_{\substack{n \\ p_n^0 > 0}} \psi_n^*(x' k') \psi_n(x'' k'') - \sum_{\substack{n \\ p_n^0 < 0}} \psi_n^*(x' k') \psi_n(x'' k'') \right]. \quad (32)$$

Die Summe über alle Zustände können wir nun einteilen in ein Integral über die Impulse und eine Summe über vier mögliche Zustände bei jedem Impuls. Der Operator

$$\frac{\alpha^l p^l + \beta m c}{|p^0|},$$

bei dem im Zähler über l nur von 1 bis 3 (wie stets bei lateinischen Indizes) summiert werden soll, hat die Eigenschaft, daß er +1 ergibt, wenn er auf irgendeinen Zustand positiver Energie angewandt wird, und -1 bei einem Zustand negativer Energie. Mit Hilfe dieses Operators lassen sich also die Summationen über die Spinzustände leicht ausführen und es bleiben nur die Integrale über die Impulse übrig; dabei soll im folgenden stets $t' = t''$, d. h. $x^{0'} = x^{0''}$ gesetzt werden:

$$\begin{aligned} (x' k' | R_S | x'' k'') = & -\frac{1}{2} \int \frac{d\mathbf{p}}{\hbar^3} \frac{\alpha^l p^l + \beta m c}{|p^0|} e^{\frac{i}{\hbar} p^0 (x''_\varrho - x'_\varrho)} \\ & - \frac{1}{8} \int d x''' \int \frac{d\mathbf{p}'}{\hbar^3} \int \frac{d\mathbf{p}''}{\hbar^3} e^{\frac{i}{\hbar} [x'''(p'^l - p''l) + p''l x''_l - p'l x'_l]} \\ & \left\{ \left(1 + \frac{\alpha^l p''l + \beta m c}{|p^{0''}|} \right) \frac{\frac{e}{c} A^0(x''')}{|p^{0'}| + |p^{0''}|} \left(1 - \frac{\alpha^l p'l + \beta m c}{|p^{0'}|} \right) \right. \\ & + \left. \left(1 - \frac{\alpha^l p''l + \beta m c}{|p^{0''}|} \right) \frac{\frac{e}{c} A^0(x''')}{|p^{0'}| + |p^{0''}|} \left(1 + \frac{\alpha^l p'l + \beta m c}{|p^{0'}|} \right) \right\} \\ & + \text{konj.} \end{aligned} \quad (33)$$

Das erste Glied in (33) stellt die Matrix S_0 dar und wird bei der Bildung von r von R_S abgezogen. Die beiden nächsten Glieder gehen über in

$$-\frac{1}{4} \int d\mathbf{x}''' \int \frac{d\mathbf{p}'}{\hbar^3} \int \frac{d\mathbf{p}''}{\hbar^3} e^{\frac{i}{\hbar} [\mathbf{x}_l'''(\mathbf{p}'l - \mathbf{p}''l) + \mathbf{p}''l \mathbf{x}_l' - \mathbf{p}'l \mathbf{x}_l']} \cdot \frac{e}{c} \frac{A^0(x''')}{|p^{0'}| + |p^{0''}|} \frac{|p^{0'} p^{0''}| - p'_l p''_l - m^2 c^2}{|p^{0'} p^{0''}|}. \quad (34)$$

Zur Auswertung dieses Ausdrucks setzt man zweckmäßig:

$$\mathbf{p}' = \mathbf{k} + \frac{\mathbf{g}}{2}; \quad \mathbf{p}'' = \mathbf{k} - \frac{\mathbf{g}}{2}; \quad \mathbf{r}' - \mathbf{r}'' = \mathbf{r}; \quad \frac{\mathbf{r}' + \mathbf{r}''}{2} = \mathfrak{R}. \quad (35)$$

Er heißt dann:

$$-\frac{1}{4} \int d\mathbf{x}''' \int \frac{d\mathbf{g}}{\hbar^3} \frac{e}{c} A^0(\mathbf{r}''') e^{\frac{i}{\hbar} (\mathbf{r}''' - \mathfrak{R}) \mathbf{g}} \int \frac{d\mathbf{k}}{\hbar^3} e^{-\frac{i}{\hbar} \mathbf{k} \mathbf{r}} \frac{|p^{0'} p^{0''}| - p'_l p''_l - m^2 c^2}{(|p^{0'}| + |p^{0''}|) |p^{0'} p^{0''}|}. \quad (36)$$

Der Bruch unter dem Integralzeichen wird am besten nach \mathbf{g} für $g \ll mc$ entwickelt, und erhält den Wert

$$\frac{1}{2 k_0^3} \left[\frac{g^2}{2} - \frac{(\mathbf{k} \mathbf{g})^2}{2 k_0^2} - \frac{3 g^4}{16 k_0^2} + \frac{5 (\mathbf{k} \mathbf{g})^2 g^2}{8 k_0^4} - \frac{7 (\mathbf{k} \mathbf{g})^4}{16 k_0^6} + \dots \right], \quad (37)$$

wobei $k_0^2 = k^2 + m^2 c^2$ gesetzt ist. Eine längere Rechnung führt für (36) zu dem Resultat (für kleine Werte von $|\mathbf{r}| = r$):

$$\begin{aligned} & -\frac{\pi}{4} \int d\mathbf{x}''' \int \frac{d\mathbf{g}}{\hbar^3} \frac{e}{c} A^0(\mathbf{r}''') e^{\frac{i}{\hbar} (\mathbf{r}''' - \mathfrak{R}) \mathbf{g}} \\ & \cdot \frac{1}{\hbar^3} \left[g^2 \left(\frac{2}{9} - \frac{2}{3} \gamma - \frac{2}{3} \log \frac{mc}{\hbar} \right) + \frac{1}{3} \frac{(\mathbf{g} \mathbf{r})^2}{r^2} - \frac{g^4}{15 m^2 c^2} \right] \\ & = \frac{1}{16 \pi \hbar} \left[\frac{2}{3} \left(\frac{1}{3} - \gamma - \log \frac{mc}{\hbar} \right) (\text{grad}_{\mathfrak{R}})^2 + \frac{1}{3 r^2} (\mathbf{r} \text{grad}_{\mathfrak{R}})^2 \right. \\ & \left. + \frac{1}{15} \left(\frac{\hbar}{mc} \right)^2 (\text{grad}_{\mathfrak{R}})^2 (\text{grad}_{\mathfrak{R}})^2 \right] \frac{e}{c} A^0(\mathfrak{R}). \end{aligned} \quad (38)$$

Die ersten beiden Glieder stellen — nachdem man sie verdoppelt hat, da zu (36) noch das komplex-konjugierte addiert werden muß — die Anteile

$$\frac{a}{x_\lambda x^\lambda} + b \log \left| \frac{x_\lambda x^\lambda}{C} \right|$$

von Gleichung (13) dar und sind daher wegzulassen, wenn man von R_S zur Matrix r übergeht. Formel (38) gibt auch nachträglich die Begründung dafür, daß die Konstante C in Gleichung (15) gleich $4 \left(\frac{\hbar}{mc} \right)^2 e^{-2/3} - 2 \gamma$ gesetzt wurde. Wir erreichen dadurch, daß es unnötig wird, mit jedem

neuen Schritt der Störungsrechnung die das Feld erzeugende Gesamtladung zu korrigieren. Schließlich wird die Dichtematrix $(x' k' | r | x'' k'')$ für $|r| = 0$

$$(\xi k' | r | \xi k'') = \frac{1}{120 \pi \hbar} \frac{e}{c} \left(\frac{\hbar}{m c} \right)^2 \Delta \Delta A^0 (\xi) \quad (39)$$

und die Ladungsdichte selbst $\Delta A^0 (\xi) = -4 \pi \varrho_0$, wo ϱ_0 die äußere Ladungsdichte bezeichnet):

$$\varrho = -\frac{1}{15 \pi} \frac{e^2}{\hbar c} \left(\frac{\hbar}{m c} \right)^2 \Delta \varrho_0 \quad (40)$$

wie schon von Dirac¹⁾ berechnet worden ist. Auch diese zusätzliche Dichte, deren Gesamtladung verschwindet, hat keine physikalische Bedeutung; denn sie ist von der „äußeren“ Dichte nicht trennbar und wird daher automatisch mit zur „äußeren“ Dichte gerechnet.

Zu einem physikalischen Problem wird die „Polarisation des Vakuums“ erst bei zeitlich veränderlichen äußeren Dichten; man denke z. B. an eine Ladungsverteilung, die periodisch hin und her bewegt wird. Man kann in einem solchen Fall die äußere Ladungsdichte einteilen in ihren zeitlichen Mittelwert und in eine zweite Dichte, die periodisch um den Wert Null schwankt. Das Raumintegral des zweiten Teils verschwindet, wenn die äußere Ladungsdichte in einem endlichen Raumgebiet hin und her bewegt wird. Für den ersten Teil gelten die bisherigen Betrachtungen, für ihn spielt die „Polarisation des Vakuums“ keine physikalische Rolle. Die Gesamtladung eines Teilchens kann also durch die Polarisation des Vakuums nie geändert werden. Um zu übersehen, was beim zweiten Teil geschieht, betrachten wir in Gleichung (26) bis (29) an Stelle des zeitlich konstanten skalaren Potentials A^0 ein Potential, das periodisch variiert, und setzen

$$A^0 (x') = B^0 (r') e^{\frac{i}{\hbar} f x'_0} + \text{konj.} \quad (41)$$

Die einzige Änderung, die an den Ausdrücken (34) bis (36) dann vorzunehmen ist, besteht darin, daß der Bruch

$$\frac{1}{(|p^{0'}| + |p^{0''}|) |p'_0 p''_0|}$$

zu ersetzen ist durch

$$\frac{|p^{0'}| + |p^{0''}|}{[|p^{0'}| + |p^{0''}|]^2 - f^2] |p^{0'} p^{0''}|}.$$

¹⁾ P. A. M. Dirac, Bericht für den Solvay-Kongreß 1933; der Diracsche Wert unterscheidet sich von dem obigen um einen Faktor 2, der, wie Herr Dirac mir freundlicherweise mitteilte, durch ein Versehen in seine Gleichungen gekommen ist.

Die neuen Formeln gehen aus den alten daher einfach dadurch hervor — wir nehmen $f \ll mc$ an —, daß der Ausdruck unter dem Integralzeichen in (36) mit $1 + f^2/4 k_0^2$ multipliziert wird. Außerdem treten allerdings in der Dichtematrix noch Glieder mit α^l auf; wir wollen uns jedoch auf die Berechnung der Ladungsdichte beschränken, für die die Glieder mit α^l keine Rolle spielen. Berücksichtigt man nur die Glieder proportional g^2 in (37), so tritt neu zu (37) der Ausdruck

$$\frac{1}{2 k_0^3} \left[\frac{g^2}{2} - \frac{(\mathbf{k} \cdot \mathbf{g})^2}{2 k_0^2} \right] \frac{f^2}{4 k_0^2} \quad (42)$$

hinzu. Der betreffende Teil der Dichtematrix wird also

$$-\frac{\pi}{4 \cdot 15} \int dx''' \int \frac{d\mathbf{g}}{\hbar^3} \frac{e}{c} \left[B^0(\mathbf{r'''}) e^{\frac{i}{\hbar} f x'_0} + \text{konj.} \right] e^{\frac{i}{\hbar} (\mathbf{r'''} - \mathbf{R}) \cdot \mathbf{g}} \frac{f^2 g^2}{\hbar^3 (m c)^2} \quad (43)$$

und daher die Zusatzdichte

$$\varrho = -\frac{1}{15 \pi} \frac{e^2}{\hbar c} \frac{f^2}{(m c)^2} \cdot \varrho_0. \quad (44)$$

Hier ist mit ϱ_0 die periodisch schwankende Dichte bezeichnet, die zu dem Feld $B^0(x') e^{\frac{i}{\hbar} f x'_0}$ Anlaß gibt und deren Raumintegral verschwindet. Gleichung (44) lehrt, daß das mit einer schwingenden Ladung verknüpfte Dipolmoment durch die Polarisation des Vakuums verkleinert wird, und zwar um so mehr, je höher die Frequenz der Schwingung ist. Dieser Umstand dürfte, wie schon von Dirac hervorgehoben wurde, eine Abänderung der Streuformel von Klein und Nishina bedingen, die allerdings im Gebiet der Compton-Wellenlänge erst etwa ein Promille betragen wird.

Führt man eine analoge Rechnung durch, um etwa die von einer Lichtwelle induzierte Materiedichte zu berechnen, so ergibt sich als Resultat, daß das periodisch wechselnde Feld einer monochromatischen ebenen Lichtwelle weder Ladungs- noch Stromdichte erzeugt. Daß dieses Resultat auch in beliebiger Näherung richtig bleibt, kann man leicht einsehen: Es kann durch ein elektromagnetisches Feld im leeren Raum kein Vorzeichen der Ladung ausgezeichnet werden, also muß die induzierte Ladungsdichte verschwinden. Aus Invarianzgründen verschwindet dann auch die Stromdichte. Hieraus folgt freilich noch nicht das Verschwinden der Energiedichte, und in der Tat können zwei durcheinanderlaufende ebene Lichtwellen bereits zur Entstehung von Materie Anlaß geben. Für die Behandlung solcher Probleme (Paarerzeugung und Zerstrahlung) ist jedoch die anschauliche Theorie der Materiewellen nicht mehr zuständig und wir werden daher zur Quantentheorie der Wellen übergehen.

II. Quantentheorie der Wellenfelder.

1. Aufstellung der Grundgleichungen. In der Quantentheorie der Materiewellen entspricht der Diracschen Dichtematrix das Produkt der Wellenfunktion mit ihrer konjugierten; wir setzen also

$$R = \psi^*(x'k') \psi(x''k''). \quad (45)$$

Für die Wellenfunktion gilt (für $x'_0 = x''_0$) die Vertauschungsrelation

$$\psi^*(x'k') \psi(x''k'') + \psi(x''k'') \psi^*(x'k') = \delta(x'x'') \delta_{k'k''}. \quad (46)$$

Betrachtet man das Maxwellsche Feld als gegebenes c -Zahlfeld, so ist die Diracsche Dichtematrix einfach der Erwartungswert der durch (45) definierten Matrix. Wegen der Vertauschungsrelation (46) gilt in der Quantentheorie der Wellen:

$$R_S = \frac{1}{2} [\psi^*(x'k') \psi(x''k'') - \psi(x''k'') \psi^*(x'k')]. \quad (47)$$

Die Gleichungen

$$\mathcal{H}R_S = 0 \quad (3a)$$

und $R_S = r + S$ bleiben ungeändert erhalten und nur in der Form der Inhomogenität $\mathcal{H}S$ in

$$\mathcal{H}r = -\mathcal{H}S \quad (11a)$$

könnte eine Änderung durch die Nichtvertauschbarkeit der Feldstärken mit den Potentialen notwendig werden. Nun treten in dem ersten Glied

$$-\frac{e i}{\hbar c} \int \overset{P''}{\overset{P'}{\dot{A}^\lambda}} dx_\lambda$$

$e \cdot S_0$ keine nichtvertauschbaren Funktionen auf. In S_1 [vgl. (13) und (14)] kommen Glieder vor, die in den Feldstärken quadratisch sind und die eine Rolle spielen, wenn man Energie und Impulsdichte aus der Dichtematrix berechnet. Solange man sich auf die Berechnung von Ladungs- und Stromdichte beschränkt, treten diese Glieder nicht in Erscheinung. Da nun die Maxwellschen Gleichungen zusammen mit der inhomogenen Gleichung (11a) den physikalischen Ablauf völlig bestimmen, so kann die Übertragung des in I. geschilderten Formalismus in die Quantentheorie nach dem Verfahren erfolgen, das für die gewöhnliche Quantenelektrodynamik in einer Note des Verfassers¹⁾ im Anschluß an frühere Untersuchungen von Klein²⁾ gegeben worden war. Dieses Verfahren geht von den Maxwellschen Gleichungen und der Wellengleichung aus, die als q -Zahlrelationen behandelt und nach den üblichen Methoden der anschaulichen Theorie integriert werden. Gewöhnlich wird bei der Integration der Grundgleichungen ein Störungsverfahren angewendet, bei dem man die Wechselwirkung zwischen Licht und Materie als klein annimmt und nach

¹⁾ W. Heisenberg, Ann. d. Phys. **9**, 338, 1931. — ²⁾ O. Klein, ZS. f. Phys. **41**, 407, 1927.

Potenzen der Ladung entwickelt. Als ungestörtes System erscheinen dann die ebenen Lichtwellen im leeren Raum und die ebenen Elektronenwellen im feldfreien Raum. Ein solches Störungsverfahren ist auch in der vorliegenden Theorie ohne weiteres anwendbar. Es ist dazu nur nötig, auch die für die Inhomogenität der Wellengleichung maßgebende Matrix S nach Potenzen der Ladung zu entwickeln, und die einzelnen Glieder der Entwicklung im Störungsverfahren nach der Reihe in den verschiedenen Näherungen zu berücksichtigen. In der nullten Näherung wird man also, um von R_S auf r und damit auf Ladungs- und Stromdichte zu schließen, nur die Matrix S_0 von R_S zu subtrahieren haben. Stellt man die Wellenfunktion in der Form

$$\psi(xk) = \sum_n a_n u_n(xk) \quad (48)$$

dar, wobei dann die Gleichungen

$$a_n a_m^* + a_m^* a_n = \delta_{nm} \quad (49)$$

gelten, so wird (im folgenden soll stets $x'_0 = x''_0$ gesetzt werden)

$$\begin{aligned} R_S &= \frac{1}{2} [\psi^*(x'k') \psi(x''k'') - \psi(x''k'') \psi^*(x'k')] \\ &= \sum_{n,m} \frac{1}{2} (a_n^* a_m - a_m a_n^*) u_n^*(x'k') u_m(x''k''). \end{aligned} \quad (50)$$

Daraus folgt für r , wenn man die Definition von S_0 berücksichtigt:

$$r = \sum_{n,m} \frac{1}{2} \left(a_n^* a_m - a_m a_n^* + \frac{p_n^0}{|p_n^0|} \cdot \delta_{nm} \right) u_n^*(x'k') u_m(x''k''). \quad (51)$$

Nach Jordan und Wigner¹⁾ stellt man die Operatoren a_n dar in der Form

$$a_n^* = N_n \Delta_n V_n; \quad a_n = V_n \Delta_n N_n, \quad (52)$$

wobei Δ_n die Zahl N_n in $1 - N_n$ verwandelt, und

$$V_n = \prod_{t \leq n} (1 - 2N_t)$$

gesetzt ist. Für die Zustände negativer Energie kann man jetzt einführen²⁾:

$$\begin{aligned} a_n^* &= a'_n = V'_n \Delta'_n N'_n = V_n \Delta_n N'_n, \\ a_n &= a'^*_n = N'_n \Delta'_n V'_n = N'_n \Delta_n V_n, \end{aligned} \quad (53)$$

Es wird dann $N'_n = 1 - N_n$.

Für die Matrix r erhält man schließlich:

$$\begin{aligned} r &= \sum_{p_0 n > 0} a_n^* a_n u_n^*(x'k') u_n(x''k'') - \sum_{p_0 n < 0} a_n^* a'_n u_n^*(x'k') u_n(x''k'') \\ &\quad + \sum_{n \neq m} a_n^* a_m u_n^*(x'k') u_m(x''k'') \\ &= \sum_{p_0 n > 0} N'_n u_n^*(x'k') u_n(x''k'') - \sum_{p_0 n < 0} N'_n u_n^*(x'k') u_n(x''k'') \\ &\quad + \sum_{n \neq m} a_n^* a_m u_n^*(x'k') u_m(x''k''). \end{aligned} \quad (54)$$

¹⁾ P. Jordan u. E. Wigner, ZS. f. Phys. **47**, 631, 1928. — ²⁾ Vgl. z. B. W. Heisenberg, Ann. d. Phys. **10**, 888, 1931.

Diese Darstellung der Dichtematrix stimmt überein mit den Darstellungen, die von Pauli und Peierls¹⁾, Oppenheimer und Furry, Fock (l. c.) gewählt wurden. N_n bedeutet die Anzahl der Elektronen, N'_n die der Positronen, und die Symmetrie der Theorie im Vorzeichen der Ladung ist von vornherein gewahrt. Diese Darstellung ist aber nur in der nullten Näherung richtig. Geht man zur ersten Näherung über, so werden einerseits die Koeffizienten a_n als Funktionen der Zeit auch Glieder enthalten, die linear in den äußeren Feldstärken sind [vgl. z. B. l. c. Ann. d. Phys. 9, 341, Gleichung (9)], andererseits werden zur Bildung von r noch die in e linearen Glieder der Matrix S subtrahiert werden müssen, also die Glieder

$$-\frac{e i}{\hbar c} \int_{P'}^{P''} A^\lambda d x_\lambda \cdot S_0 + \frac{e}{48 \pi^2 \hbar c} \left\{ \frac{x_\varrho x^\sigma}{x_\tau x^\tau} \cdot \alpha^\lambda \left(\frac{\partial F_{\lambda \sigma}}{\partial \xi_\varrho} - \delta_\lambda^\varrho \frac{\partial F_{\mu \sigma}}{\partial \xi_\mu} \right) + \alpha^\lambda \frac{\partial F_{\tau \lambda}}{\partial \xi_\tau} \log \left| \frac{x_\varrho x^\sigma}{C} \right| \right\}. \quad (55)$$

Diese Glieder, zusammen mit den in e linearen Gliedern in den Koeffizienten a_n geben dann einen Zusatz zur Matrix r , der zu einer endlichen Ladungs- und Stromdichte (erster Näherung) führt und der dazu dienen kann, die elektromagnetischen Felder in zweiter Näherung auszurechnen usw.

Statt dieses Verfahrens, das sich eng an die Integrationsmethoden der anschaulichen Theorie anschließt, kann man aber auch in der üblichen Weise eine Hamilton-Funktion bilden und dann die Störungstheorie in der zugehörigen Schrödinger-Gleichung durchführen. Zu diesem Zweck benutzen wir den Ausdruck für die Gesamtenergie, der aus Gleichung (16) folgt, gehen jedoch noch nicht zum limes $x^\lambda = 0$ über. Die Gesamtenergie nimmt dann die Form

$$\begin{aligned} E = & \int d \xi \left\{ - \left(e i \hbar \frac{\partial}{\partial x_l} - \frac{e}{2} \left[A^l \left(\xi + \frac{x}{2} \right) \right. \right. \right. \\ & \left. \left. \left. + A^l \left(\xi - \frac{x}{2} \right) \right] \right) \sum_{k' k''} \alpha_{k' k''}^l \sum_{n m} \frac{1}{2} (a_n^* a_m - a_m a_n^*) u_n^* \left(\xi + \frac{x}{2}, k' \right) u_m \left(\xi - \frac{x}{2}, k'' \right) \right. \\ & - \sum_{k' k''} \beta_{k' k''} m e^2 \sum_{n m} \frac{1}{2} (a_n^* a_m - a_m a_n^*) u_n^* \left(\xi + \frac{x}{2}, k' \right) u_m \left(\xi - \frac{x}{2}, k'' \right) \\ & - \sum_{k'} \left(e i \hbar \frac{\partial}{\partial x_0} - \frac{e}{2} \left[A^0 \left(\xi + \frac{x}{2} \right) + A^0 \left(\xi - \frac{x}{2} \right) \right] \right) \left(\xi + \frac{x}{2}, k' |S| \xi - \frac{x}{2}, k' \right) \\ & \left. + \frac{1}{8 \pi} (\mathfrak{E}^2 + \mathfrak{H}^2) \right\} \end{aligned} \quad (56)$$

¹⁾ Für die briefliche Mitteilung dieser Resultate möchte ich Herrn W. Pauli herzlich danken.

an. Entwickelt man die Hamilton-Funktion wieder nach Potenzen der Elementarladung, und streicht man außerdem in den Gliedern $\mathfrak{E}^2 + \mathfrak{H}^2$ sowie in den entsprechenden Gliedern der Ausdrücke (14) die Nullpunktsenergie der Strahlung, so erhält man im limes $x \rightarrow 0$ für die Hamilton-Funktion nullter Ordnung:

$$H_0 = \sum_{E_n > 0} N_n E_n - \sum_{E_n < 0} N'_n E_n + \sum_{g e} M_{g e} \hbar v_{g e}, \quad (57)$$

wobei $E_n = -cp_n^0$ gesetzt ist, und $M_{g e}$ die Anzahl der Lichtquanten im Zustand g mit der Polarisation e bedeutet. Ebenso ergibt sich für die Störungsenergie erster Ordnung im limes $x \rightarrow 0$ (A^0 wurde der Einfachheit halber = 0 gesetzt):

$$H_1 = \int d\xi e A^l(\xi) \sum_{k' k''} \alpha_{k' k''}^l \left[\sum_{E_n > 0} N_n u_n^*(\xi k') u_n(\xi k'') \right. \\ \left. - \sum_{E_n < 0} N'_n u_n^*(\xi k') u_n(\xi k'') + \frac{1}{2} \sum_{n \neq m} (a_n^* a_m - a_m a_n^*) u_n^*(\xi k') u_m(\xi k'') \right]. \quad (58)$$

In den Ausdrücken für H_0 und H_1 stimmt die vorliegende Theorie daher mit den Resultaten von Oppenheimer und Furry, Peierls, Fock überein. Wir erhalten jedoch noch Glieder höherer Ordnungen, die von der Matrix S herrühren. In diesen Gliedern kann auch der Übergang zum limes $x \rightarrow 0$ nicht sofort ausgeführt werden. Vielmehr müssen bei der Durchführung der Störungsrechnung bis zur zweiten Näherung zuerst die Glieder in H_2 kombiniert werden mit den von H_1 herrührenden Gliedern vom Typus $\frac{H_1^{nl} H_1^{lr}}{W_n - W_l}$, erst dann lässt sich der Grenzübergang $x \rightarrow 0$ ausführen und liefert ein bestimmtes Resultat für die Energie zweiter Ordnung.

In dieser Weise kann das Störungsverfahren im Prinzip fortgesetzt werden, wenn nicht eine unendliche Selbstenergie wie in der bisherigen Quantenelektrodynamik zur Divergenz des Verfahrens führt¹⁾. Die Störungsenergie H_2 hat die folgende Form:

$$H_2 = \int d\xi \left[i \frac{e^2}{\hbar c} \left(\int A^\lambda d x_\lambda \right)^2 \frac{\partial}{\partial x_0} S_0 + \frac{1}{48 \pi^2} \frac{e^2}{\hbar c} \frac{x_\lambda x^\sigma}{x_\sigma x^\sigma} A^\lambda \left[\frac{\partial F_{0\sigma}}{\partial \xi_0} - \frac{\partial F_{\tau\sigma}}{\partial \xi_\tau} \right] \right. \\ \left. - \frac{1}{96 \pi^2} \frac{e^2}{\hbar c} \frac{x_\sigma x^\tau}{x_\sigma x^\sigma} F^{\mu\sigma} F_{\mu\tau} \right. \\ \left. + \frac{1}{48 \pi^2} \frac{e^2}{\hbar c} \log \left| \frac{x_\sigma x^\sigma}{C} \right| \cdot \left(F_{\tau 0} F^{\tau 0} - \frac{1}{2} F_{\tau\mu} F^{\tau\mu} \right) \right]. \quad (59)$$

¹⁾ Vgl. hierzu V. Weisskopf, ZS. f. Phys. **89**, 27, 1934; ferner auch den Versuch, die unendliche Selbstenergie des Elektrons zu vermeiden, von M. Born Proc. Roy. Soc. London (A) **143**, 410 1934; M. Born u. L. Infeld, ebenda **144**, 425, 1934.

H_2 gibt wegen der Integration über ξ nur zu Matrixelementen Anlaß, die dem Entstehen oder Verschwinden von Lichtquanten des gleichen Impulses entsprechen; für die gewöhnlichen Prozesse, bei denen Lichtquanten emittiert oder absorbiert oder gestreut werden, spielen diese Matrixelemente also in erster Näherung keine Rolle. In der Störungsenergie H_3 , die die Form

$$H_3 = \int d\xi \frac{e^3}{6 c^2 \hbar^2} (A^\lambda x_\lambda)^3 \frac{\partial S_0}{\partial x_0} \quad (60)$$

hat, werden drei Lichtquanten mit der Impulssumme Null kombiniert; H_4 endlich reduziert sich auf das Glied

$$\begin{aligned} H_4 &= \int d\xi \left[-ic\hbar \frac{1}{24} \left(-\frac{ie}{\hbar c} A^\lambda x_\lambda \right)^4 \frac{\partial S_0}{\partial x_0} \right] \\ &= \frac{1}{48\pi^2} \left(\frac{e^2}{\hbar c} \right)^2 \frac{1}{\hbar c} \int d\xi \frac{(A^\lambda x_\lambda)^4}{(x_\rho x^\rho)^2}, \end{aligned} \quad (61)$$

und gibt Anlaß zu Matrixelementen, die zur Streuung von Licht an Licht führen (Verschwinden und Entstehen je zweier Lichtquanten mit gleicher Impulssumme). Auf die Tatsache, daß die Diracsche Theorie des Positrons die Streuung von Licht an Licht zur Folge hat — auch dort, wo die Energie der Lichtquanten zur Paarerzeugung nicht hinreicht —, haben schon Halpern¹⁾ und Debye²⁾ unabhängig hingewiesen. Die Matrixelemente in H_4 geben aber noch keinen Aufschluß über die Größe dieser Streuung, da sie vorher mit den von niedrigeren Näherungen herrührenden Beiträgen kombiniert werden müssen, um ein Maß für die Wahrscheinlichkeit eines Streuprozesses zu liefern. Höhere Störungsglieder als H_4 treten nicht auf; H_5 , H_6 usw. verschwinden alle im limes $x = 0$.

2. Anwendungen. Für die meisten praktischen Anwendungen, z. B. Paarerzeugung, Zerstrahlung, Compton-Streuung usw. liefert die hier durchgeföhrte Theorie nichts Neues gegenüber den bisherigen Formulierungen der Diracschen Theorie. Denn in allen genannten Fällen kann man die Störungsrechnung mit der zweiten Näherung abbrechen, und die neuen Glieder in H_2 tragen wegen ihrer speziellen Form nichts zu den gesuchten Übergangswahrscheinlichkeiten bei. Anders ist es bei dem vorhin genannten Problem der Streuung von Licht an Licht und bei der von Delbrück³⁾ diskutierten kohärenten Streuung von γ -Strahlen an festen

¹⁾ O. Halpern, Phys. Rev. **44**, 885, 1934. — ²⁾ Für die freundliche Mitteilung seiner Überlegungen möchte ich Herrn Debye herzlich danken. — ³⁾ M. Delbrück, Diskussion der experimentellen Ergebnisse von Fr. L. Meitner und ihren Mitarbeitern, ZS. f. Phys. **84**, 144, 1933.

Ladungszentren; die Durchrechnung dieser Probleme ist jedoch so kompliziert, daß sie hier nicht versucht werden soll.

Wir wollen daher die Anwendungen beschränken auf ein Beispiel, bei dem die Glieder H_2 in Gleichung (59) wichtig werden; es soll die mit einem Lichtquant verbundene Materiedichte und insbesondere die sich auf Grund dieser Materiedichte ergebende Selbstenergie des Lichtquants behandelt werden. Sieht man zunächst von den Gliedern H_2 ab und rechnet nach den bisher üblichen Methoden, so stellt sich der Vorgang folgendermaßen dar: Da in H_1 [Gleichung (58)] Matrixelemente auftreten, die der Verwandlung eines Lichtquants in ein Paar entsprechen, so erzeugt ein Lichtquant in seiner Umgebung ein Materiefeld — ähnlich, wie ein Elektron in seiner Umgebung ein Maxwell'sches Feld erzeugt. Die Energie dieses Materiefeldes wird unendlich, in genauer Analogie zur unendlichen Selbstenergie der Elektronen. Ein Teil der singulären Glieder in der unendlichen Selbstenergie der Lichtquanten verschwindet nun, wenn man die Störungsglieder H_2 berücksichtigt. Denn diese sind gerade so eingerichtet, daß für eine klassische Lichtwelle keine unendliche Selbstenergie auftreten würde. Trotzdem zeigt die folgende Rechnung, daß ein durch die Anwendung der Quantentheorie bedingter unendlicher Teil der Selbstenergie übrig bleibt. Die Analogie zur Selbstenergie der Elektronen ist hier vollständig; denn auch eine kontinuierliche Ladungsverteilung würde nach der Maxwell'schen Theorie nur zu einer endlichen Selbstenergie führen; erst die „Quantelung“ der Ladungsverteilung führt zur unendlichen Selbstenergie. Stellt man die Quantelung des elektromagnetischen Feldes durch das Bild punktförmiger Lichtquanten dar, so ist das Unendlichwerden der Selbstenergie auch in der anschaulichen Theorie der Materiewellen einleuchtend, da die Inhomogenität in Gleichung (11) die Feldstärken und deren erste und zweite Ableitungen enthält, die in der Nähe des Lichtquants singulär werden.

Für die Berechnung der gesuchten Selbstenergie kann man ausgehen von einer bekannten Formel der Störungstheorie für die Energie zweiter Ordnung

$$W_2 = H_0 s_1^2 - s_1 H_0 s_1 + s_1 H_1 - H_1 s_1 + H_2. \quad (62)$$

Hierin bedeuten H_0 , H_1 , H_2 die verschiedenen Glieder der Hamiltonfunktion, s_1 ist das erste Glied der für die kanonische Transformation

$$W = s H s^{-1} \quad (63)$$

charakteristischen Matrix:

$$s = 1 + s_1 + \dots \quad (64)$$

Dem Sinn der im vorigen Abschnitt geschilderten Methode nach sind die Matrizen H in Gleichung (62) zunächst für endliche Abstände x_λ zu nehmen, erst am Schluß soll der Grenzübergang $x_\lambda \rightarrow 0$ vollzogen werden. Die Matrix s_1 ist aus dem Wert von H_1 im limes $x_\lambda = 0$ in der üblichen Weise zu berechnen:

$$s_1^{lm} = \frac{H_1^{lm}(x=0)}{W_0^l - W_0^m}. \quad (65)$$

Das Element der Matrix $H_1(x=0)$, welches zur gleichzeitigen Entstehung eines Elektrons vom Impuls p'' , eines Positrons vom Impuls p' und zum Verschwinden eines Lichtquants vom Impuls g (Polarisationsrichtung e) gehört, hat die Form:

$$\frac{e\hbar}{\sqrt{V}} \sqrt{\frac{e}{g}} (p', p_0' < 0 | \alpha e | p'', p_0'' > 0) \cdot M_{g, e}^{\frac{1}{2}}, \quad (66)$$

wobei V das Volumen darstellt, das durch die periodischen Randbedingungen vorgegeben ist, und $M_{g, e}$ die Anzahl der Lichtquanten im Zustand g, e bedeutet. Ferner ist

$$(p', p_0' < 0 | \alpha e | p'', p_0'' > 0) = \int d\tau \sum_{k' k''} u_{p', p_0' < 0}^* (\alpha^l e_l) u_{p'', p_0'' > 0} \quad (67)$$

gesetzt.

Geht man nun mit den aus (65) und (66) folgenden Ausdrücken für s_1 in Gleichung (62) ein — wobei man außer den Matrixelementen (66) auch noch die berücksichtigen muß, die dem Prozeß: gleichzeitige Entstehung von Elektron, Positron und Lichtquant entsprechen —, so erhält man von den Gliedern $s_1 H_1 - H_1 s_1$ Beiträge, die endlich bleiben, solange $x_\lambda x^\lambda$ nicht verschwindet, und die, wenn man sie mit den entsprechenden Gliedern in H_2 kombiniert, auch im limes $x_\lambda \rightarrow 0$ einen endlichen Beitrag zu W_2 liefern. Dies gilt jedoch nicht für die Anteile $(H_0 s_1 - s_1 H_0) s_1$. Zerlegt man H_0 in einen zu den Materiewellen und einen zu den Lichtwellen gehörigen Teil, so gibt zwar der erste auch einen für $x_\lambda x^\lambda \neq 0$ endlichen Beitrag, der mit H_2 kombiniert im limes $x_\lambda \rightarrow 0$ endlich viel zu W_2 beisteuert. Der zum elektromagnetischen Feld gehörige Teil hängt jedoch gar nicht von x_λ ab, er führt zu der Summe

$$\sum_{p' + p'' = g} |(p' | s_1 | p'')|^2 g e. \quad (68)$$

Diese Summe divergiert; man kann den Ausdruck (68) unmittelbar als die unendliche Selbstenergie der Lichtquanten bezeichnen; führt man die

Summation in (68) nur bis zu großen, aber endlichen Werten $|p'| = P$ aus und berücksichtigt nur den zu $M_{g, e}$ proportionalen Teil in (62), so erhält man einen Ausdruck der Form

$$g \cdot c \cdot M_{g, e} \cdot \frac{e^2}{\hbar c} \log \frac{P}{mc}. \quad (69)$$

In der Quantentheorie der Wellenfelder ist der Anwendungsbereich der Diracschen Formulierung der Positronentheorie also nicht wesentlich größer als der Anwendungsbereich der elementaren Formeln von Pauli, Peierls, Fock, Oppenheimer und Furry. Die Gleichungen (48) bis (61) zeigen jedoch, wie diese Formeln als erste Schritte eines konsequenten Näherungsverfahrens aufgefaßt werden können, das den Forderungen der relativistischen und der Eichinvarianz genügt; ferner liefert der hier beschriebene Formalismus endliche Erwartungswerte für Strom- und Energiedichte in erster Näherung auch dort, wo die elementaren Formeln zu unendlichen Werten führen. Daß schon in der zweiten Näherung der Quantentheorie der Wellenfelder Divergenzen auftreten würden, war nach den bisherigen Ergebnissen der Quantenelektrodynamik zu erwarten.

Der Umstand, daß erst die Anwendung der Quantentheorie zu Divergenzen führt, die in der anschaulichen Theorie der Wellenfelder nicht auftreten, legt die Vermutung nahe, daß zwar diese anschauliche Theorie schon im wesentlichen die richtige korrespondenzmäßige Beschreibung des Geschehens enthält, daß jedoch der Übergang zur Quantentheorie nicht in der primitiven Weise vorgenommen werden kann, wie es in den bisher vorliegenden Theorien versucht wird. In der Diracschen Theorie des Positrons ist ferner eine reinliche Scheidung der auftretenden Felder in Materiefelder und elektromagnetische Felder kaum mehr möglich; dies geht insbesondere daraus hervor, daß in der Quantentheorie der Wellen die Matrix R_s — nicht die Matrix r — einfach durch die Materiewellenfunktionen ψ dargestellt werden kann. Es dürfte also erst in einer einheitlichen Theorie von Materie- und Lichtfeldern, die der Sommerfeldschen Konstanten $e^2/\hbar c$ einen bestimmten Wert gibt, eine widerspruchsfreie Vereinigung der Forderungen der Quantentheorie mit denen der Korrespondenz zur anschaulichen Feldtheorie möglich sein.

Die Sondencharakteristiken der Entladungen in Gasen von hohen Drucken.

Von K. Sommermeyer in Greifswald.

Mit 5 Abbildungen. (Eingegangen am 22. Juni 1934.)

Im I. Teil der Arbeit wird von einer Berechnung der Abweichungen von der Boltzmann-Verteilung der Ladungsträger ausgegangen, welche bei Abweichungen vom statischen Gleichgewichtszustand entstehen. Mit ihrer Hilfe und unter Benutzung einer Reihe von Annahmen ergibt sich eine quantitative Darstellung der Sondencharakteristiken bei hohen Drucken. Da die Boltzmann-Formel genauer nur bei Entnahme kleiner Sondenströme gelten kann, erhält man mit steigenden Sondenströmen ansteigende Abweichungen von der durch die Langmuir- und Mott-Smithschen Theorie geforderten Geraden. Nimmt man die Sondencharakteristiken mit Sonden verschiedener Oberfläche auf, so erfordert die angeneherte Gültigkeit der Boltzmann-Formel bei kleinen Sondenströmen nicht nur die asymptotische Annäherung an die Langmuir- und Mott-Smithsche Gerade, sondern auch Proportionalität des Sondenstromes mit der Sondenoberfläche, und erst bei höheren Sondenströmen dürfen mit zunehmender Sondenoberfläche zunehmende Abweichungen von der Geraden auftreten. — Im II. Teil wird die Theorie durch Messungen an der positiven Neonsäule geprüft und in den wesentlichsten Punkten bestätigt. Die aus den experimentellen Charakteristiken ermittelten Elektronentemperaturen werden mit aus einer Energiebilanzbetrachtung folgenden theoretischen verglichen. Die experimentellen ergeben sich fast doppelt so groß wie die theoretischen.

Die von Langmuir und Mott-Smith entwickelte kinetische Theorie der Sondencharakteristiken setzt voraus, daß die Ladungsträger in der Raumladungsschicht nicht mit Gasatomen zusammenstoßen. Sie hat deshalb nur für tiefe Drucke Gültigkeit, und zwar haben Seeliger und Hirchert¹⁾ nach einer Berücksichtigung aller in Frage kommenden Umstände abgeschätzt, daß die Zusammenstöße der Ladungsträger nur bis zu einem Druck von etwa 1 mm Hg vernachlässigt werden können. Jenseits dieser Gültigkeitsgrenze der Theorie von Langmuir und Mott-Smith hat man vor allem aus der experimentellen Gestalt²⁾ der Charakteristiken auf die für ihre Entstehung maßgeblichen Gesetzmäßigkeiten geschlossen. Da sie bei allen Drucken im wesentlichen die gleiche ist und insbesondere der Sondenstrom bei Annäherung an das Raumpotential häufig auch bei hohen Drucken exponentiell ansteigt, haben verschiedene Autoren wenigstens die formale

¹⁾ R. Seeliger u. R. Hirchert, Ann. d. Phys. (5) **11**, 817, 1931. —

²⁾ Literaturzusammenstellung bei R. Seeliger u. R. Hirchert l. c. Neuere Arbeiten bei hohen Drucken; M. Wehrli, Helv. Phys. Acta **3**, 180, 1930; M. Wehrli u. P. Bächtiger, ebenda **4**, 890, 1931; E. H. Bramhall, Phil. Mag. **13**, 682, 1932; J. Leland Myer, ZS. f. Phys. **87**, 1, 1933.

Gültigkeit der Langmuir- und Mott-Smithschen Theorie auch bei hohen Drucken angenommen und ihre Meßresultate dementsprechend ausgewertet.

Theorien, welche für hohe Drucke Gültigkeit besitzen, scheinen jedoch nicht zu existieren. Da es deshalb durchaus nicht bewiesen war, daß die Charakteristiken und insbesondere ein exponentiell verlaufender Anstieg des Sondenstromes bei hohen Drucken ebenso bedingt sind als bei tiefen, erschien auch eine eingehende Untersuchung der Verhältnisse bei hohen Drucken wünschenswert. Zu diesem Zweck werden wir im I. Teil unserer Ausführungen eine Diffusionstheorie entwickeln, welche zur Orientierung über den Verlauf der Sondencharakteristiken dienen soll. Ihr wesentlichstes Resultat besagt, daß mit der Sondenstromstärke, der Sondenoberfläche und dem Druck zunehmende Abweichungen von dem durch formale Anwendung der Langmuir- und Mott-Smithschen Theorie geforderten Verlauf auftreten müssen, deren Vernachlässigung leicht zu einer Bestimmung zu großer Elektronentemperaturen, zu kleiner Ladungsträgerkonzentrationen und entsprechend falscher Raumpotentiale Anlaß geben kann. Weiterhin wird ein experimentelles Verfahren zur Bestimmung dieser Abweichungen angegeben. In einem II. Teil werden wir einige in der Neonsäule bei hohem Druck vorgenommene Sondenmessungen mitteilen. Gemeinsam mit einer Energiebilanzbetrachtung erlauben diese die Prüfung der Theorie, und zwar wird sie im wesentlichen bestätigt.

I. Diffusionstheorie der Sondencharakteristiken.

Die Strömung der Ladungsträger in der Nähe einer Sonde, durch welche die Sondencharakteristiken gegeben sind, weist eine gewisse Analogie zu der Strömung irgendwelcher Substanzen geringer Reibung in der Umgebung von Hindernissen auf. Die Stromdichte ist dort nicht mehr gleichmäßig über den Querschnitt der Entladung verteilt, und mit steigenden negativen Potentialen werden die Stromlinien von der Sonde abgestoßen, wobei natürlich eine gewisse Kompensation der abstoßenden Kraft durch die zur Sonde hin bewegten positiven Ionen erfolgt. Für den Sondenstrom selbst maßgeblich ist das in unmittelbarer Umgebung der Sonde sich einstellende Konzentrations- und Potentialgefälle.

Da die Durchführung dieser Strömungstheorie jedoch auf erhebliche mathematische Schwierigkeiten stößt, ist es einfacher, von den Langmuir- und Mott-Smithschen Untersuchungen auszugehen. Ihr wichtigstes Ergebnis läßt sich dahin formulieren, daß bei tiefen Gasdrucken und in bremsenden Feldern die Konzentration der Elektronen, welche zur Sonde hin

gerichtete Geschwindigkeitskomponenten besitzen, der Boltzmann-Verteilung genügt, und daß sich experimentell geradlinige semilogarithmische Charakteristiken ergeben. Dabei ist als wesentlich zu beachten, daß die Geschwindigkeitsverteilung der Elektronen vor der Sonde eine „einseitige“ ist. Denn im allgemeinen werden entsprechend der relativ geringen Elektronenreflexion an der Sondenoberfläche wesentlich weniger Elektronen von der Sonde weg gerichtete Geschwindigkeitskomponenten besitzen als zur Sonde hin gerichtete, und nur bei sehr kleinen Sondenströmen kann eine angenäherte Gleichberechtigung aller Richtungen herrschen, da für statische, d. h. stromlose Zustände die Boltzmann-Verteilung exakt, also auch für alle Richtungen gleichmäßig gelten muß.

Qualitativ kann man sofort übersehen, wie sich diese Verhältnisse verändern müssen, wenn wir zu höheren Drucken übergehen. Hier kann ein Elektronenstrom mit einseitigen Geschwindigkeitskomponenten wegen der Streuwirkung des Gases nicht existieren. Dies hat zur Folge, daß man bei hohen Drucken einerseits bei allen Sondenstromstärken bis nahe an die Sonde heran eine nach allen Richtungen gleichmäßige Streuung der Elektronen annehmen muß, und daß andererseits jedoch für alle diese Richtungen die Boltzmann-Verteilung gemäß den Voraussetzungen ihrer Herleitung genauer nur bei sehr kleinen Sondenströmen gelten kann. Also können auch die zur Sonde gelangenden Elektronen nur bei kleinen Sondenströmen genauer der Boltzmann-Verteilung genügen, und mit anwachsenden Sondenströmen müssen anwachsende Abweichungen von ihr und damit auch von dem der Langmuir- und Mott-Smithschen Theorie entsprechenden Verlauf auftreten.

Eine Theorie der Sondencharakteristiken bei hohen Drucken wird sich zweckmäßig zur Aufgabe setzen, diesen Zusammenhang zwischen der Sondenstromstärke und den Abweichungen von der Boltzmann-Verteilung quantitativ zu bestimmen. Ist die entsprechende verallgemeinerte Boltzmann-Verteilung $f(V)$ gefunden, so ergibt sich die Sondenelektronenstromdichte i^- bei der Annahme genügend hoher, die gleichmäßige Streuung der Elektronen auch dicht vor der Sonde gewährleistender Drucke¹⁾ zu

$$\frac{i^-}{e} = K \bar{N}_S^- = \bar{N}_0^- f(V_S) \quad K = \frac{\bar{v}}{4}, \quad (1)$$

\bar{N}_S^- Elektronenkonzentration vor der Sonde gemittelt längs der Sondenoberfläche, \bar{N}_0^- ein geeigneter Mittelwert der Elektronenkonzentration in

¹⁾ Genauer: die Potentialdifferenz zwischen Sonde und einer Schicht im Abstand von der Größenordnung einer freien Weglänge von der Sonde muß klein sein relativ zur Elektronentemperatur.

einer genügenden Entfernung von der Sonde, entsprechend $V_s = 0$, V_s Sondenpotential, bezogen auf das Raumpotential, \bar{v} mittlere Elektronengeschwindigkeit; wobei also $f(V)$ für verschwindenden Sondenstrom in den Boltzmannschen Ausdruck $e^{-\frac{3V}{2V^-}}$ (V^- Elektronentemperatur in Volt) übergehen muß.

a) *Die Verallgemeinerung der Boltzmann-Funktion.* Wir stellen diesem Programm entsprechend folgende Frage: Welche Beziehung besteht zwischen Ladungsträgerkonzentration und Potential oder wie verhalten sich die Abweichungen von der Boltzmann-Verteilung, wenn unter den in Gasentladungen und speziell in der Umgebung der Sonde praktisch gegebenen Umständen Ströme fließen? Diese praktisch gegebenen und in den einleitenden Ausführungen bereits teilweise dargelegten Umstände können wir durch folgende Bedingungen erfassen bzw. präzisieren:

1. Die Entladung ist quasineutral. Nach dem Vorbild der Theorie von Schottky¹⁾ können wir daher angenähert setzen:

$$\left. \begin{aligned} N &= N^- = N^+ \\ \frac{\partial N}{\partial r} &= \frac{\partial N^-}{\partial r} = \frac{\partial N^+}{\partial r} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

N^+ Konzentration der positiven Ionen, r Raumkoordinate.

2. Es herrscht in allen Raumpunkten eine Maxwellsche Geschwindigkeitsverteilung der Ladungsträger. In der Umgebung von Sonden sind, wie in vielen anderen Fällen, ihre Temperaturen vom Orte unabhängig anzunehmen. Wenn kein gerichteter Elektronenstrom fließt, gilt also für die entsprechenden Raumpunkte für die Elektronen die ihnen entsprechende Boltzmann-Verteilung mit V^- im Nenner des Exponenten der e -Funktion. Wegen der Quasineutralität gilt sie dann auch für die positiven Ionen, also

$$N = N_0 e^{-\frac{3V}{2V^-}}.$$

Wenn kein gerichteter positiver Ionenstrom fließt, ist dementsprechend

$$N = N_0 e^{+\frac{3V}{2V^+}},$$

V^+ Temperatur der positiven Ionen.

3. Infolge der mathematischen Schwierigkeiten, welche der Durchführung einer exakten Theorie entgegenstehen, sind wir zu einer Schematisierung der Verhältnisse in der Umgebung der Sonden gezwungen, welche

¹⁾ W. Schottky, Phys. ZS. **25**, 342, 635, 1924. Die nach Tonks und Langmuir (Phys. Rev. **34**, 876, 1929) in der Nähe von Oberflächen auftretenden Abweichungen von der Quasineutralität werden also vernachlässigt.

nur eine erste Näherung darstellen kann und deren Brauchbarkeit für eine quantitative Beschreibung der Sondencharakteristiken letztlich erst der Vergleich mit der Erfahrung erweisen kann. Und zwar handelt es sich um folgende Mittelwertbildung: Sämtliche Vorgänge sollen so behandelt werden, als ob sie nur vom Abstand von der Sondenoberfläche abhängig wären. Unter dieser Bedingung muß offenbar der Quotient der Dichten der zur Sonde gerichteten Ströme i^-/i^+ (i^+ Ionenstromdichte) in der gesamten Umgebung der Sonde für ein bestimmtes Sondenpotential mit guter Annäherung einen konstanten Wert besitzen, und wir wollen dementsprechend i^-/i^+ als vom Ort unabhängig voraussetzen. Eine weitere Annahme betrifft den Grenzwert, welchem die mittlere Ladungsträgerkonzentration mit wachsender Entfernung von der Sonde zustrebt. Wir setzen ihn unabhängig vom Sondenstrom gleich der Ladungsträgerkonzentration in der ungestörten Entladung.

Wir suchen also diejenige Beziehung zwischen Trägerkonzentration und Potential, welche gleichzeitig die unter 1. und 2. geforderten Bedingungen erfüllt und die unter 3. dargelegte Unabhängigkeit des Verhältnisses i^-/i^+ vom Ort liefert. Wir behaupten, daß die gesuchte Beziehung lautet:

$$N = N_0 e^{-\frac{3^* V}{2 c V^-}}, \quad (3)$$

c unabhängig vom Ort. Der Beweis wird im folgenden dadurch erbracht, daß man durch Einsetzen von (3) bzw. der Ableitung von (3) in die Transportgleichung tatsächlich das Verhältnis i^-/i^+ unabhängig vom Ort erhält¹⁾. Die unter 1. geforderte Quasineutralität geht als Voraussetzung in den Ansatz mit ein, und die unter 2. geforderten Beziehungen werden automatisch ihre Erfüllung erfahren.

Führt man an Stelle des Diffusionskoeffizienten D nach der Townsendschen Beziehung die Beweglichkeit u ein,

$$D^\pm = \frac{2}{3} u^\pm V^\pm,$$

so ergibt sich als Transportgleichung für die Ladungsträger

$$i^\pm = -u^\pm \left(\frac{2}{3} V^\pm \frac{\partial N}{\partial r} \pm N \frac{\partial V}{\partial r} \right).$$

Den Zusammenhang zwischen $\partial V/\partial r$ und $\partial N/\partial r$ erhält man aus (3) zu

$$\frac{\partial V}{\partial r} = -\frac{2 V^- c}{3 N} \frac{\partial N}{\partial r}.$$

¹⁾ Außerdem kann man induktiv durch Ausprobieren aller anderen möglichen Abänderungen der Boltzmann-Formel zeigen, daß die angegebene allein zum Ziel führt.

Der Elektronenstrom ist also gegeben durch

$$i^- = -\frac{2}{3} u^- V^- (1 - c) \frac{\partial N}{\partial r}. \quad (4)$$

Der Ionenstrom hat die Gestalt

$$i^+ = -\frac{2}{3} u^+ (V^+ + c V^-) \frac{\partial N}{\partial r}. \quad (5)$$

Für den Quotienten i^-/i^+ erhält man somit¹⁾

$$\frac{i^-}{i^+} = \frac{V^- u^- (1 - c)}{u^+ (V^+ + c V^-)}. \quad (6)$$

Ist also aus irgendwelchen experimentellen oder theoretischen Untersuchungen die Unabhängigkeit des Quotienten i^-/i^+ vom Ort bekannt und ist das Problem ein eindimensionales (bzw. axialsymmetrisches), so besteht zwischen Ladungsträgerkonzentration und Potential die Beziehung (3), wobei die Größe c mit i^-/i^+ durch (6) verbunden ist. Wir haben (6) in Fig. 1 graphisch dargestellt.

Wir verifizieren zunächst die Ladungsträgerverteilung in der Achsenrichtung der positiven Säule. Hier ist $i^-/i^+ = -u^-/u^+$. Entsprechend den beiden im Raum möglichen Richtungen ergibt sich aus (6) der Wert $-u^-/u^+$ als Grenzwert für $c \rightarrow +\infty$ und $c \rightarrow -\infty$. Man erhält also $N = N_0 e^{-\frac{3}{2} c V^-}$ für die gesamte Säule in der Achsenrichtung konstant, wie es der Wirklichkeit entspricht.

Überschreiten wir in der Fig. 1 von rechts kommend den Punkt $c = 1$, so wird i^-/i^+ positiv, i^- und i^+ sind dann also gleichgerichtet, und wir befinden uns offenbar in dem Gebiet, welches auch dem ansteigenden Teil der Sondencharakteristik entspricht. Und zwar gehören zu abnehmendem c abnehmende, die Elektronen verzögernde Felder. Denn i^-/i^+ nimmt mit

¹⁾ Für ambipolare Strömung $i^- = i^+$ erhält man hieraus in vollständiger Übereinstimmung mit dem von Schottky (l. c. S. 635, 14 u. 15) auf etwas anderem Weg abgeleiteten Resultat

$$c = \frac{u^- V^- - u^+ V^+}{(u^- + u^+) V^-}.$$

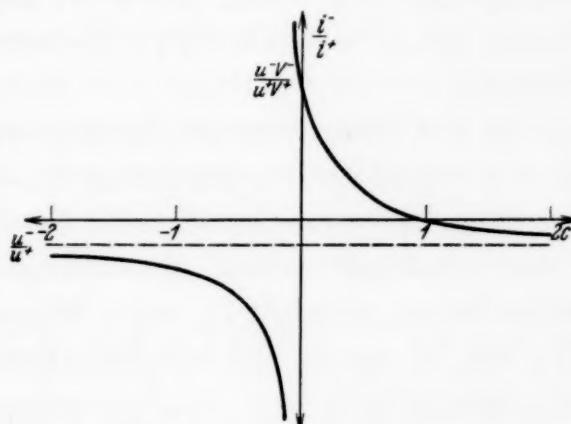


Fig. 1. Graphische Darstellung von (6).

abnehmendem c rasch zu. Für $c = 0$ hat es den Wert des Quotienten der Diffusionskoeffizienten. Dies ist nur möglich, wenn sich der gesamte Raum auf dem gleichen Potential befindet, was darin zum Ausdruck kommt, daß

$N = N_0 e^{-\frac{3V}{2cV^-}}$ nur für $V \rightarrow 0$ einen endlichen Wert besitzt. Gelangen wir schließlich über den Punkt $c = 0$ hinaus, so verschwindet nach einem kleinen Bereich, währenddessen positive Ionen noch gegen das nun entgegen gesetzt gerichtete Feld andiffundieren können, der positive Ionenstrom bzw. i^-/i^+ wird $= \infty$. Für $i^+ = 0$ muß jedoch die exakte Boltzmann Formel mit V^+ im Nenner des Exponenten der e -Funktion gelten. Dies ist auch erfüllt, da der Quotient i^-/i^+ für $c \rightarrow -V^+/V^-$ gegen ∞ strebt. Lassen wir schließlich c noch weiterhin abnehmen, so fließen Ionen in entgegengesetzter Richtung, und i^-/i^+ nimmt nach dem deshalb erfolgten Sprung gegen $-\infty$ ab, bis (6) wiederum der Zustand der positiven Säule darstellt.

b) Die Bestimmung der Sondencharakteristiken. Unsere Aufgabe, die Sondencharakteristiken bei hohen Drucken zu ermitteln, ist gelöst, wenn es gelingt, das zu einem bestimmten Sondenpotential gehörige c zu ermitteln. Dieser qualitativ bereits im vorhergehenden Abschnitt diskutierte Zusammenhang zwischen V_S und c ist quantitativ dargestellt durch die aus (1), (2), (3) und (4) sich ergebende Beziehung¹⁾ für die Sondenstromdichte

$$i^- = e K \bar{N}_0 e^{-\frac{3V_S}{2cV^-}} = -\frac{2}{3} (1-c) u^- V^- \frac{\partial \bar{N}}{\partial r} S, \quad (7)$$

wobei wir also gemäß Annahme 3 auf S. 235 unter \bar{N}_0 die Ladungsträgerkonzentration in der ungestörten Entladung verstehen.

In dieser Gleichung ist noch $\frac{\partial \bar{N}}{\partial r} S$ unbekannt. Relativ sichere Angaben können wir über den Wert $\frac{\partial \bar{N}}{\partial r} S, 0$ (Konzentrationsgradient vor der Sonde für $V_S = 0$) machen. Und zwar handelt es sich um die Bestimmung der Elektronenverarmung $\bar{N}_{S,0}/\bar{N}_S$, für welche nach den Ausführungen im vorigen Abschnitt und nach (7) gilt:

$$\frac{\bar{N}_{S,0}}{\bar{N}_0} = e^{-\frac{3V_S}{2cV^-}} = -\frac{2u^- V^-}{3e k \bar{N}_0} \frac{\partial \bar{N}}{\partial r} S, 0.$$

¹⁾ Die durch (7) ausgesprochene Gleichsetzung des ungerichteten Stromes an der Oberfläche mit dem gerichteten wurde bereits in einem etwas anderen Zusammenhang von Langmuir (Phys. Rev. 34, 876, 1929) vorgeschlagen.

Am sichersten verfahren wir hierbei, wenn wir auf eine vollständig theoretische Ermittlung verzichten und bei der Interpretation der experimentellen Charakteristiken jeweils den experimentellen Sondenstrom im Raumpotential zu Hilfe nehmen. Die Sondenstromdichte i_0^- liefert dann

$$\bar{N}_{S,0} = \frac{4 i_0^-}{\bar{v} e},$$

und aus der Beweglichkeitsformel¹⁾ erhalten wir

$$\bar{N}_0 = \frac{i E \bar{v} m}{e^2 \lambda E a}$$

(i_E Stromdichte, E Feldstärke der Entladung), so daß sich also ergibt

$$\frac{\bar{N}_{S,0}}{\bar{N}_0} = \frac{2 a \lambda E i_0^-}{V^- i_E}. \quad (8)$$

Für V^- können wir hierin mit genügender Genauigkeit (vgl. die Schlußresultate der Arbeit) den Wert einsetzen, welchen wir aus der Charakteristik durch formale Anwendung der Theorie von Langmuir und Mott-Smith erhalten; alle übrigen Größen sind meistens leicht zu ermitteln.

Zu einer Elimination des Sondenstromes i_0^- aus Gleichung (8) gelangen wir durch folgende Abschätzung: i_0^- ist nach (7) gegeben durch

$$i_0^- = -\frac{2}{3} u^- V^- \frac{\partial \bar{N}}{\partial r} S,0 = \frac{e \bar{v} \bar{N}_{S,0}}{4}.$$

Ferner muß zwischen dem Sondenstrom $J_0^- = i_0^- O$ (O Sondenoberfläche) und der Größe $F = \int (\bar{N}_0 - \bar{N}) dO$, genommen über einen Entladungsquerschnitt, welcher unmittelbar vor der Sonde in Richtung zur Anode senkrecht zum Gradienten liegt, da J_0^- gleich der Differenz des von der Kathode ausgehenden und an der Anode ankommenden Stromes sein muß und da das von der ungestörten Entladung herrührende elektrische Feld für $V_S = 0$ durch die Sonde nicht merklich beeinträchtigt werden kann, die Beziehung bestehen

$$J_0^- \approx F u^- E.$$

Für F können wir nach Fig. 2 in allererster Annäherung setzen

$$F \approx \frac{(\bar{N}_0 - \bar{N}_{S,0})^2}{2 \frac{\partial \bar{N}}{\partial r} S,0} 2l,$$

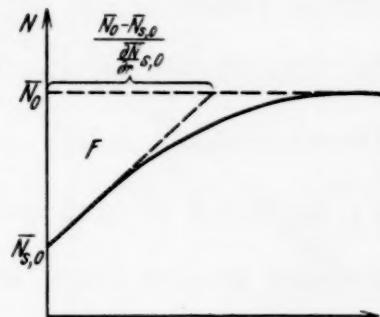


Fig. 2.

l Ausdehnung der Sonde in dem bezeichneten Entladungsquerschnitt, für Drahtsonden ist l Sondenlänge.

¹⁾ Über den Faktor a vgl. die Ausführungen auf S. 243.

Aus diesen Gleichungen erhält man, wenn man u^- wiederum durch die Beweglichkeitsformel ausdrückt

$$\frac{\bar{N}_{S,0}}{\bar{N}_0} \approx \frac{1}{1 + \frac{\sqrt{d}}{1,6 a \lambda} \sqrt{\frac{V^-}{E}}} , \quad \text{für } d = \frac{O}{l} , \quad (9)$$

Drahtsonden also Sondendurchmesser. Die Abschätzung lässt erkennen, daß die Verarmung der Sondenumgebung an Ladungsträgern für $V_s = 0$ im allgemeinen, d. h. wenn V^- und E noch von der gleichen Größenordnung sind, noch unbeträchtlich sein wird, solange die Dimensionen der Sonde klein sind gegen die mittlere freie Weglänge der Elektronen. Bei höheren Drucken beginnt dann $\bar{N}_{S,0}/\bar{N}_0$ von l abzuweichen, da wohl praktisch immer $\sqrt{\frac{V^-}{E}}$ langsamer abnehmen wird als λ , bzw. bei genaueren Rechnungen wird man wohl ähnliche Resultate erwarten müssen. Von besonderem Interesse ist die Abhängigkeit der Verarmung von der Sondendicke. Während bei tiefen Drucken Proportionalität des Sondenstromes mit der Sondenoberfläche herrscht, machen sich die in dieser Arbeit diskutierten Diffusionseffekte durch Abweichungen hiervon kenntlich. Natürlich ist die Aussage unserer Abschätzung, daß der Sondenstrom für $V_s = 0$ bei höheren Drucken nur mit \sqrt{d} wächst, wegen der beträchtlichen eingegangenen Ungenauigkeiten ohne eine experimentelle Bestätigung keineswegs gesichert.

Nachdem wir uns durch (8) und (9) die Orientierung über $\frac{\partial \bar{N}}{\partial r} S, 0$ ermöglicht haben, ist zur Lösung von (7) noch eine Festsetzung über die Veränderlichkeit von $\frac{\partial \bar{N}}{\partial r} S$ mit dem Sondenpotential notwendig. Eine nähere Untersuchung der Abhängigkeit der Sondencharakteristiken von der Veränderlichkeit von $\frac{\partial \bar{N}}{\partial r} S$ mit V_s zeigt nun, daß der Verlauf der Charakteristiken relativ wenig durch die Abhängigkeit von $\frac{\partial \bar{N}}{\partial r} S$ von V_s bestimmt ist, und daß man speziell angenäherte semilogarithmische Geraden erhalten kann, wenn man $\frac{\partial \bar{N}}{\partial r} S = \text{const}$ setzt. Dies geht aus Fig. 3 hervor, in welcher wir für verschiedene $\bar{N}_{S,0}/\bar{N}_0$ und verschiedene Veränderlichkeiten von $\frac{\partial \bar{N}}{\partial r} S$ die graphische Lösung von (7) angegeben haben. Die Kurven 1 gelten jeweils für $\frac{\partial \bar{N}}{\partial r} S = \text{const}$ bei verschiedenen

$\bar{N}_{S,0}/\bar{N}_0$. Die Krümmung der Kurven wird erst bei ganz erheblichen Abweichungen der Werte $\bar{N}_{S,0}/\bar{N}_0$ von 1 etwa $< 1/10$ beträchtlich. Für Kurve 2 wurde die Annahme $\frac{\partial \bar{N}}{\partial r} S = \frac{\text{const}}{1+c}$ zugrunde gelegt. Sie fällt noch praktisch mit 1 zusammen und zeigt somit an, daß erst eine sehr rasche Veränderlichkeit von $\frac{\partial \bar{N}}{\partial r} S$ mit c beträchtliche Krümmungen hervorruft.

Da nun tatsächlich häufig auch bei hohen Drucken semilogarithmische Geraden erhalten werden, so scheint die Annahme der langsamen Veränderlichkeit von $\frac{\partial \bar{N}}{\partial r} S$ der Wirklichkeit zu entsprechen. Eine Kontrolle hierfür ergibt sich auch aus der Betrachtung des positiven Ionenstromes. Nach Gleichung (5) besagt die Annahme eines wenig veränderlichen $\frac{\partial \bar{N}}{\partial r} S$, daß i^+ in der Nähe des Raumpotentials rasch und dann proportional mit c , also mit steigendem Sondenpotential immer weniger zunimmt, bis es bei geringen Sondenelektronenströmen praktisch konstant wird. Diese Konsequenz unserer Annahme stimmt offenbar mit der Wirklichkeit überein.

Zusammenfassend stellen wir als Ergebnis der Theorie fest: Die den Elektronen entsprechende Boltzmann-Verteilung mit V^- im Nenner der Exponenten der e -Funktion gilt noch mit gewisser Annäherung, wenn der Elektronenstrom gegen elektrische Felder andiffundiert. Die Abweichungen von ihr werden in der Umgebung von Sonden erst beträchtlich, wenn das Sondenpotential sich dem Raumpotential annähert, und sind hier im wesentlichen durch den die Elektronenverarmung für $V_S = 0$ messenden Wert von $\bar{N}_{S,0}/\bar{N}_0$ bestimmt. Aus Fig. 3 ist zu entnehmen, daß sich für nicht allzu kleine $\bar{N}_{S,0}/\bar{N}_0$ noch immer angenäherte, geradlinige semilogarithmische Charakteristiken ergeben, deren Neigungen nur unbedeutlich größer sind, als der Theorie von Langmuir und Mott-Smith

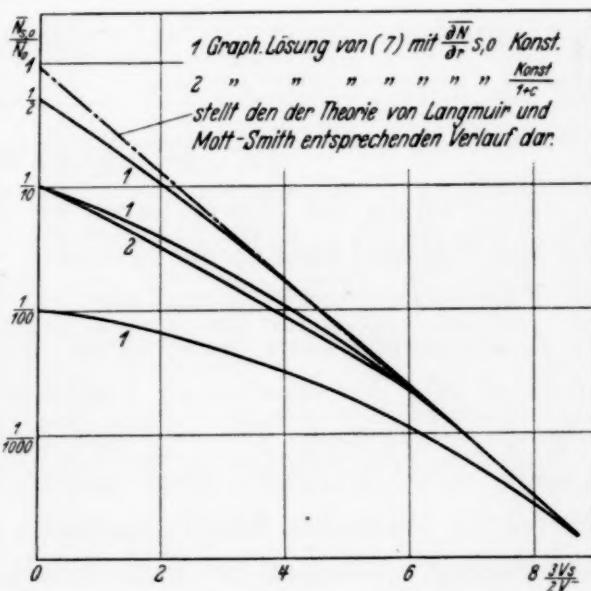


Fig. 3.

entspricht. Ist jedoch $\bar{N}_{S,0}/\bar{N}_0$ sehr klein, etwa $< 1/10$, so weisen die semilogarithmischen Charakteristiken nach Maßgabe von Fig. 3 bei größeren Sondenströmen eine beträchtliche zur V -Achse konkave Krümmung auf, um bei kleinen Sondenströmen sich asymptotisch der Langmuir- und Mott-Smithschen Geraden anzunähern.

Über die Abhängigkeit der Sondencharakteristiken von der Größe der Sondenoberfläche ergibt sich folgendes: Die Gültigkeit des der Boltzmann-Formel äquivalenten statischen Gleichgewichtszustandes erfordert nicht nur die entsprechende Geradlinigkeit der semilogarithmischen Charakteristik, sondern sie verlangt auch die Unabhängigkeit der Konzentration der Ladungsträger von der Größe der sie umgebenden Oberflächen¹⁾ und somit Proportionalität des Sondenstromes mit der Sondenoberfläche. Wir müssen also bei kleinen Sondenströmen Unabhängigkeit der Sondenstromdichte von der Sondenoberfläche gleichzeitig mit der angenäherten Geradlinigkeit der semilogarithmischen Charakteristiken erwarten und erst bei größeren Sondenströmen kann sich der Einfluß der Sondenoberfläche nach Abschätzung (9) durch zunehmender Sondenoberfläche zunehmende Abweichungen von der Geradlinigkeit bemerkbar machen. Tragen wir also für verschiedene Sondendicken die experimentellen Sondenstromdichten in dem semilogarithmischen Diagramm in Abhängigkeit von der Sondenspannung auf, so müssen wir die Kurvenschar der Fig. 3 erhalten, und ihr wichtigstes Kennzeichen stellt in diesem Zusammenhang die asymptotische Annäherung sämtlicher Charakteristiken an eine gemeinsame Gerade bei kleinen Sondenströmen dar.

II. Die Prüfung der Theorie.

Die Prüfung der Theorie haben wir durch Messungen an der positiven Edelgassäule, und zwar an der Neonsäule vorgenommen. Wir haben hierfür die Edelgassäule gewählt, weil hier die Möglichkeit besteht, die aus den Sondencharakteristiken ermittelten Elektronentemperaturen mit auf anderem Weg berechneten zu vergleichen. Es handelt sich hierbei um folgende Überlegung: Die von den Elektronen an das Gas abgegebene Energie wird verbraucht durch unelastische Elektronenstöße und durch die bei den elastischen Elektronenstößen an das Gas stattfindende Impulsübertragung. Während die unelastischen Stöße erster Art zum Teil durch den inversen Vorgang der Stöße zweiter Art wieder kompensiert werden

¹⁾ Natürlich ist noch als einschränkende Bedingung die bereits auf S. 235 gemachte Annahme eingeschlossen, daß die Ladungsträgerkonzentration \bar{N}_0 für das Bezugspotential $V = 0$ unabhängig ist von der Größe der Oberfläche.

und deshalb die Berechnung des resultierenden stationären Zustandes sehr schwierig ist, kann bei den elastischen Stößen der Einfluß der inversen Vorgänge, das bedeutet der Gastemperatur, auf den Impulsaustausch zwischen den Elektronen und dem Gas vernachlässigt werden. Wie bereits früher ausgeführt¹⁾, erhält man daher für den relativen Energieverlust durch Impulsübertragung E_i , wenn man Gleichverteilung sämtlicher Richtungen entsprechend Zusammenstößen zwischen völlig elastischen Kugeln und damit die Gültigkeit der Beweglichkeitsformel $u^- = \frac{a e \lambda E}{m v}$ und des Ausdrucks für den mittleren Energieverlust pro elastischem Zusammenstoß $\frac{m^2}{M} v^2$ annimmt:

$$E_i = \frac{4,4}{a} \frac{m}{M \lambda^2} \left(\frac{V^-}{E} \right)^2.$$

Eine obere Grenze für die Elektronentemperatur ergibt sich hieraus, wenn man bedenkt, daß natürlich keinesfalls mehr als die gesamte Entladungsenergie durch die Impulsübertragung verbraucht werden kann. Indem man die linke Seite der Gleichung = 1 setzt, erhält man die seit langem bekannte Formel für die Endgeschwindigkeit der Elektronen, und es muß also gelten

$$V^- < 0,48 \sqrt{a} \frac{\lambda E}{\sqrt{\frac{m}{M}}}.$$
 (10)

Die Größe des Faktors a der Beweglichkeitsformel ist nicht genau bekannt. Der von Langevin berechnete Wert $a = 0,75$ entspricht anscheinend den Bedingungen in der Hg-Entladung bei tiefen Drucken²⁾. Nach Didlaukis³⁾ genügt man den Verhältnissen bei den Townsendschen Versuchen, abgesehen von einer meist geringfügigen und von uns noch weiter unten einzuführenden Korrektur, am besten mit $a = 1,1$. Nach Lenard⁴⁾ und Didlaukis⁵⁾ muß man aber noch größere Werte für möglich halten; sie berechnen unter Annahme der Maxwell-Verteilung $a = 1,27$. Um Fehler zu vermeiden, nehmen wir für a keinen festen Wert an, sondern werden die Berechnungen mit den beiden aus dem Vorangegangenen folgenden Grenzwerten der Ungleichung

$$1,27 > a > 0,75$$

durchführen.

¹⁾ K. Sommermeyer, Ann. d. Phys. **13**, 315, 1932. — ²⁾ Th. Killian, Phys. Rev. **35**, 1238, 1930. — ³⁾ M. Didlaukis, ZS. f. Phys. **77**, 352, 1932. Ähnliche Untersuchungen R. Kollath, Ann. d. Phys. **15**, 485, 1932. — ⁴⁾ P. Lenard, Ann. d. Phys. **60**, 329, 1920. — ⁵⁾ M. Didlaukis, l. c.

Ist die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Streurichtungen ungleichförmig, so ergeben sich einige Korrekturen. Unter der Annahme, daß die Elektronen monochromatisch sind, ist nach Didlaukis¹⁾ an Stelle von a zu setzen $a/1 - P$ mit

$$P = \int_0^\pi \cos \vartheta w(\vartheta) d\vartheta,$$

$w(\vartheta)$ Wahrscheinlichkeit einer Streuung unter dem Winkel ϑ . Für den Stoßverlust pro elastischem Zusammenstoß ergibt die elementare Theorie an Stelle von $\frac{m^2}{M} v^2$

$$f \frac{m^2}{M} v^2 \quad \text{mit} \quad f = \int_0^\pi (1 + \cos \vartheta) w(\vartheta) d\vartheta.$$

Da sich die Geringfügigkeit der Korrekturen herausstellen wird, können wir ihren Einfluß unter Vernachlässigung der Geschwindigkeitsverteilung der Elektronen abschätzen, indem wir an Stelle von (10)

$$V^- < 0,48 \sqrt{\frac{a}{1-P}} \frac{\lambda E}{\sqrt{b \frac{m}{M}}} \quad (11)$$

setzen und für $w(\vartheta)$ die der mittleren Elektronengeschwindigkeit entsprechenden Werte benutzen.

Besonders günstig liegen die Verhältnisse für die Benutzung (10) bzw. (11) zur Prüfung der experimentellen Elektronentemperaturen in der positiven Edelgassäule, weil hier mit steigenden Drucken die Impulsverluste relativ zu den übrigen immer stärker hervortreten und für Drucke größer als 15 mm Hg wahrscheinlich völlig überwiegen²⁾. Wir müssen also erwarten, daß bei höheren Drucken die wirklichen Elektronentemperaturen nicht weit unter der durch (10) bzw. (11) angegebenen Grenze liegen und bereits früher haben wir diese Koinzidenz zwischen der experimentellen und der sich aus (10) bzw. (11) ergebenden theoretischen Elektronentemperatur wahrscheinlich gemacht.

Die Sondencharakteristiken haben wir im Neon bis zu 75 mm Hg Druck aufgenommen. Gewählt wurde dabei, um im ganzen Druckbereich außerhalb des Existenzbereichs der laufenden Schichten zu bleiben, die Entladungsstromstärke von 0,8 Amp. Der Rohrdurchmesser betrug 5 cm.

¹⁾ M. Didlaukis, l. c., vgl. hierzu auch R. Kollath, l. c. — ²⁾ K. Sommermeyer, l. c. Eine weitere Arbeit steht kurz vor dem Abschluß.

Zur Messung dienten Drahtsonden vom Durchmesser 0,2, 0,8 und 3 mm mit der einheitlichen Länge von 13 mm.

Die Charakteristiken der in verschiedenen Abständen von den Elektroden befindlichen Sonden müssen zur Untersuchung der Abhängigkeit der Sondenstromstärke von der Sondendicke auf das jeweilige Raumpotential als Nullniveau bezogen werden bis auf ein additives Glied, das für jede Sonde das gleiche sein muß. Da die hierfür notwendige sehr genaue Bestimmung des Raumpotentials, wie wir sogleich sehen werden, Schwierigkeiten bereitet, sind wir so vorgegangen, daß wir mit einem Paar völlig gleicher in größerer Entfernung voneinander befindlicher Sonden den Gradienten durch eine statische Messung gewonnen und daraus die benötigten Bezugspotentiale ermittelt haben. Weiterhin erwies es sich als notwendig, die durch die Stromentnahme der Sonde verursachte Verschiebung des Raumpotentials der Sondenumgebung zu berücksichtigen. Die entsprechenden Korrekturen¹⁾ wurden durch statische den Sondenstrommessungen parallelgehende Messungen der Spannung zwischen dem Bezugspotential (meist wurde hierfür das Anodenpotential gewählt) und einer Sonde gewonnen, welche sich jenseits der zur Aufnahme der Charakteristik dienenden befand.

Ein typisches Beispiel unserer Meßergebnisse zeigt Fig. 4. Um sofort den Vergleich mit der aus unserer Theorie folgenden Fig. 3 zu ermöglichen, haben wir die mit den verschiedenen Sonden erhaltenen Sondenstromdichten übereinander als Funktion der gleichen zum Raumpotential relativen Potentiale aufgetragen. Die Lage der in der Fig. 4 oben befindlichen zur V-Achse parallelen, die Ladungsträgerkonzentration der ungestörten Entladung repräsentierenden Geraden wurde nach (8) berechnet. Der Vergleich von Fig. 4 mit Fig. 3 lehrt, daß im wesentlichen die Voraussagen

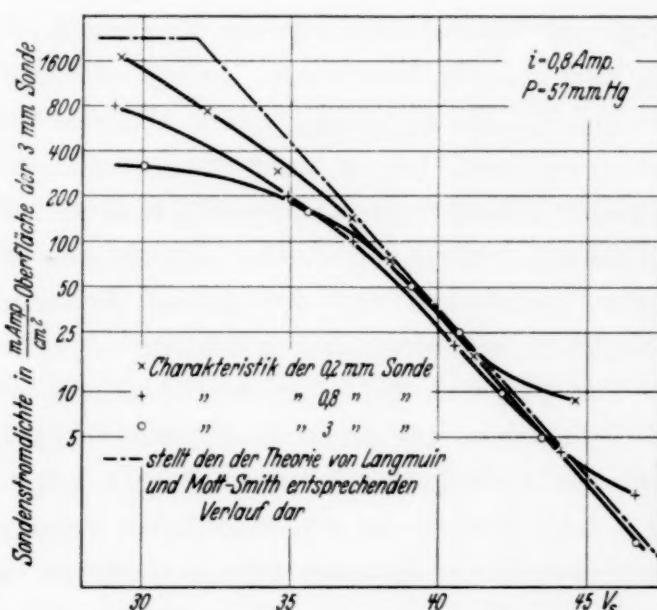


Fig. 4

¹⁾ Näheres siehe M. Wehrli, Helv. Phys. Acta 3, 180, 1930.

der Theorie erfüllt zu sein scheinen. Als wichtigstes Resultat stellen wir fest, daß sämtliche Charakteristiken tatsächlich bei kleinen Stromstärken an eine gemeinsame Einhüllende heranlaufen und daß die hierdurch angezeigte Unabhängigkeit der Ladungsträgerkonzentration von der Sondendicke die Annahme eines statischen Charakters der Ladungsträgerverteilung für die entsprechenden Abschnitte der Charakteristiken rechtfertigt, und zwar einschließlich der auf S. 235 unter 3. erläuterten Unabhängigkeit der Ladungsträgerkonzentration des Bezugspotentials $V = 0$ von der Sondenstromstärke. Da die Einhüllende hinreichend genau eine Gerade darstellt, ist der Nachweis der Gültigkeit der Boltzmann-Verteilung erbracht. Ferner stimmt auch die Größe der Abweichungen von der Geraden und ihre Zunahme mit der Annäherung des Sondenpotentials an das Raumpotential durchaus mit den Angaben von Fig. 3 überein. Unverständlich sind jedoch die Überschreitungen der Geraden und das Abbiegen von ihr bei den kleinsten Sondenströmen, welche übrigens bei tieferen Drucken verschwinden. Bevor nicht weitere ähnliche Untersuchungen an anderen Gasen vorliegen, hat es wohl wenig Sinn, über die Ursache dieser Diskrepanz zu diskutieren. Ausgeschlossen erscheint jedenfalls die Annahme irgendwelcher Gruppen rascher Elektronen, da deren Existenz bei den großen Gasdrucken und der großen Entfernung der Sonden von den Elektroden sehr unwahrscheinlich ist.

Der Vergleich der experimentell gefundenen Ladungsträgerverarmung für $V_s = 0$ mit der durch Abschätzung (9) geforderten ergibt, daß (9) bei tiefen Drucken größtenteils richtig richtige Resultate liefert, während bei hohen Drucken die experimentellen Verarmungen geringer sind als die theoretischen. So sind bei 0,6 mm Gasdruck für die 0,2 mm- und 0,8 mm-Sonde keine Verarmungen zu bemerken und erst bei Benutzung der 3 mm-Sonde treten solche auf. Bei 57 mm hingegen (vgl. Fig. 4) ist die Proportionalität des Sondenstromes im Raumpotential mit der Sondendicke lediglich erfüllt, der Absolutbetrag der Verarmung beträgt jedoch nur etwa den 5. Teil des nach (9) berechneten.

Der Vergleich der Elektronentemperaturen, welche sich aus der nach Vorgang der Fig. 4 gezeichneten Geraden ergeben, mit den aus der Energiebilanz nach Formel (10) bzw. (11) bestimmten zeigt Fig. 5¹⁾. Die

¹⁾ Für die Berechnungen haben wir die Elektronenweglängen der Zusammenstellung von R. Kollath, Phys. ZS. **31**, 958, 1930 entnommen. Es wurden jeweils die zur mittleren Elektronengeschwindigkeit gehörigen Werte benutzt. Die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Streurichtungen haben wir nach C. Ramsauer u. R. Kollath, Ann. d. Phys. **12**, 529, 1932 berücksichtigt.

Abhängigkeiten der Werte vom Druck stimmen einigermaßen überein, die theoretischen Absolutbeträge sind jedoch nur fast halb so groß wie die experimentellen. Es ist schwer zu sagen, wie diese Differenz zu deuten ist¹⁾. Sie kann kaum daher röhren, daß wegen der relativ großen Entladungsstromstärke die Anwendung der Beweglichkeitsformel bei der Berechnung der theoretischen Temperaturen zu

Fehlern führt, da durch die positiven Ionen der Entladung doch nur eine in umgekehrter Richtung liegende Abweichung im Sinne einer größeren Streuung und größerer Energieverluste der Elektronen entstehen könnte. Es ist aber wohl nicht ausgeschlossen, daß die Neigung der experimentell bestimmten semilogarithmischen Geraden wenigstens bei den hohen Drucken

zu groß ist. Man wird hierbei vielleicht daran denken, daß unsere Mittelwertbildung auf S. 235 fehlerhaft ist, und weiterhin auch einen Zusammenhang mit dem starken Abweichen der Charakteristiken von der Geraden bei den kleinsten Sondenströmen vermuten. Mit Sicherheit können wir jedenfalls nur schließen, daß die nach unserem Verfahren experimentell ermittelten Elektronentemperaturen die richtige Größenordnung besitzen, und zwar, daß sie bestimmt nicht zu klein, sondern wahrscheinlich etwas zu groß sind.

Abschließend sei noch gestattet, die Zuverlässigkeit der früher aus Sondenmessungen bei hohen Drucken abgeleiteten Resultate zu diskutieren. Nach unseren Ergebnissen erscheint es durchaus gerechtfertigt, die Geradlinigkeit der semilogarithmischen Charakteristiken als Kriterium für die Zulässigkeit der formalen Anwendung der Langmuir- und Mott-Smithschen Theorie zu benutzen. Allerdings ist dabei zu beachten, daß sie sich vom höchsten Sondenpotential bis heran zum Raumpotential erstrecken muß. Besonders auffällig war nun, daß die Geradlinigkeit oft sogar bei den höchsten Drucken, nämlich bei unter Atmosphärendruck brennenden Lichtbögen, lediglich erfüllt ist. Nach unseren Ergebnissen [vgl. Abschätzung (9) und Ausführung S. 246] ist dies dadurch zu erklären, daß

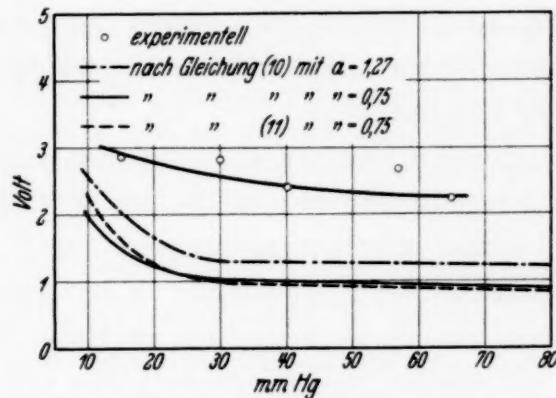


Fig. 5. Elektronentemperaturen in der Neon-Säule bei 0,8 Amp.

¹⁾ Die Differenz würde natürlich noch größer werden, wenn man für die Impulsverluste nur einen Bruchteil der Gesamtenergie annimmt.

die Begünstigung einer Ladungsträgerverarmung durch den großen Gasdruck kompensiert wird durch einen großen Wert der Verhältnisse

$$\frac{\text{Gradient}}{\text{Elektronentemperatur}}$$

Denn während die Elektronentemperatur mit steigendem Druck kontinuierlich abfällt, steigt der Gradient rasch an und besitzt bei den Lichtbögen unter Atmosphärendruck den erheblichen Wert von etwa 50 Volt/cm.

Ist jedoch die Geraadlinigkeit nicht mehr hinreichend genau gegeben, so besteht offenbar die Gefahr, zu große Elektronentemperaturen, zu kleine Ladungsträgerkonzentrationen und dementsprechend falsche Raumpotentiale zu ermitteln. Eine genauere Bestimmung der Elektronentemperaturen erfolgt dann am besten durch Aufnahme der Charakteristiken mit Sonden verschiedener Dicke und durch die Feststellung der gemeinsamen semilogarithmischen Geraden. Ihre Neigung ergibt die Elektronentemperatur innerhalb der durch unsere Energiebilanzbetrachtung dargelegten Fehlergrenze. Die Ladungsträgerkonzentration dürfte jedoch aus nicht geraden Charakteristiken schwerlich genauer zu bestimmen sein, wenn man nicht zur Extrapolation von Messungen einer größeren Anzahl von Sonden verschiedener Dicke schreiten will. Eine Ermittlung des Raumpotentials aber ist möglich, indem man nach (8) die Ladungsträgerverarmung berechnet und dann nach Vorbild der Fig. 4 den der Langmuir- und Mott-Smithschen Theorie entsprechenden Verlauf der Charakteristik konstruiert.

Herrn Professor Seeliger möchte ich für fördernde Diskussionen herzlichst danken. Dank schulde ich ferner der Notgemeinschaft der Deutschen Wissenschaft für die Gewährung eines Forschungsstipendiums, und der Studiengesellschaft für elektrische Beleuchtung für weitgehende Unterstützung.

Greifswald, Seminar für theoretische Physik.

Emission positiver Elektronen aus einer radioaktiven Quelle.

Von **A. I. Alichanow** und **M. S. Kosodaew** in Leningrad.

Mit 15 Abbildungen. (Eingegangen am 8. Mai 1934.)

Die Emission positiver Elektronen aus einer radioaktiven Quelle wurde durch magnetische Ablenkung und durch Koinzidenzmessungen in zwei Geiger-Müller-Zählrohren entdeckt. Das Spektrum der positiven Elektronen, die aus einer dicken Bleischicht bei Bestrahlung mit γ -Strahlen von RaC emittiert werden, wurde studiert. Außerdem wurde die Emission der positiven Elektronen aus Al bei der Einwirkung von Strahlen von RaC beobachtet.

Eine Reihe von Forschern [Curie und Joliot¹⁾, Anderson und Neddermeyer²⁾, Meitner und Philipp³⁾] fand, daß die Atome der schweren Elemente bei Bestrahlung mit harten γ -Strahlen positive Elektronen emittieren. Nach dieser Entdeckung waren weitere wichtige Aufgaben, die Verteilung dieser positiven Elektronen nach ihren Energien und die Abhängigkeit ihrer Ausbeute von der Energie der γ -Quanten und der Atomnummer des bestrahlten Elementes zu bestimmen.

Es war außerdem interessant, festzustellen, ob es eine Emission positiver Elektronen aus radioaktiven Quellen gibt, die durch Umwandlung der γ -Quanten im Innern des Atoms hervorgerufen wurde, und falls sich diese Vermutung bestätigen würde, die Ausbeute dieser Prozesse in Abhängigkeit von der Energie des γ -Quantes zu untersuchen.

Im allgemeinen ist der Charakter der Verteilung der positiven Elektronen nach ihren Energien in der Arbeit von Curie und Joliot gegeben. Sie benutzten die Methode der Wilson-Kammer, die sich in einem Magnetfelde befand. Dabei maßen sie die Krümmung der Bahnen der positiven Elektronen und konnten eine Kurve angeben, welche die Abhängigkeit der Zahl der positiven Elektronen von der Energie (für γ -Strahlen von Po + Be) darstellt.

Die maximale Zahl der positiven Elektronen wird bei einer Energie von

$$\frac{h\nu - 1020 \text{ kV}}{2}$$

beobachtet. D. h. daß der Überschuß der Energie über $2 m_0 c^2$ in den meisten Fällen zwischen den positiven und negativen Elektronen in zwei gleiche

¹⁾ I. Curie u. F. Joliot, C. R. **196**, 1581, 1933. — ²⁾ C. D. Anderson u. S. H. Neddermeyer, Phys. Rev. **43**, 1034, 1933. — ³⁾ L. Meitner u. K. Philipp, Naturwissensch. **21**, 468, 1933.

Teile aufgeteilt wird. Die Grenze des Energiespektrums lag ungefähr bei der Energie, welche gleich $h\nu = 1020 \text{ kV}$ ($4 \cdot 10^6$ für die γ -Strahlen von Po + Be) war. Mit derselben Quelle von Strahlen (Po + Be) haben Curie und Joliot die Bahnen der positiven Elektronen gefunden, die unmittelbar aus der Quelle stammten (die Quelle befand sich in der Wilson-Kammer). Die Autoren nehmen an, daß diese positiven Elektronen als Folge der inneren Umwandlung der γ -Strahlen, welche aus Po + Be emittiert werden, erscheinen.

Wir stellten uns die Aufgabe, alle diese Erscheinungen eingehender zu untersuchen. Dafür mußten wir vor allem eine Methode ausarbeiten, welche die Möglichkeit gibt, die Geiger-Müller-Zählrohre unter der Bedingung starker γ -Strahlung für die Zählung der positiven Elektronen zu benutzen. Durch eine entsprechende Verstärkerschaltung der beiden Zählrohre wurde erreicht, daß nur die Elektronen gezählt wurden, die beide Zählrohre passierten, so daß nur die Koinzidenzen registriert wurden. Da die Auflösungskraft der Schaltung groß genug war, wurde die Wahrscheinlichkeit einer zufälligen Koinzidenz der Impulse in den beiden Zählrohren auf ein Minimum herabgedrückt, auch in dem Falle, wo die Zahl der Impulse in jedem Zählrohr allein groß ist. Das gab uns die Möglichkeit, bequem ein Elektron pro Minute zu zählen, in derselben Zeit, in welcher in jedem Zählrohr infolge der Absorption der γ -Strahlen 500 bis 800 Impulse auftraten.

Experimentelles.

1. Der Apparat und die Zählrohre. In Fig. 1 ist die Gesamtanordnung dargestellt. Der Apparat, in welchem die Elektronen in einem Magnetfeld fokussiert wurden, wie in der klassischen Methode von Danysz, Rutherford und Robinson, bestand aus einem flachen Messingkasten. Seine innere Oberfläche war mit einer 1 mm starken Aluminiumschicht ausgelegt. In der Figur bedeuten die schraffierten Teile einen Bleipanzer, welcher die Zählrohre vor den direkten und den gestreuten γ -Strahlen schützte. Die Elektronenbahnen waren Kreise mit einem Radius von 9 cm. Die magnetische Feldstärke bei Messungen der positiven Elektronen variierte zwischen 150 und 750 Gauss. Sie wurde mittels einer Spule und einem Fluxmeter gemessen. Die Divergenz des benutzten Elektronenbündels betrug 20 bis 30°. Dieser Divergenz entsprach auch die Größe der Fenster, durch welche die Elektronen in die beiden Zählrohre gelangten. Der Brennpunkt des Elektronenbündels lag auf der Hinterwand des ersten Zählrohres. Dort befand sich ein Spalt von 6 mm Breite und 10 mm Höhe. Diese Anordnung wurde aus folgenden Gründen gewählt.

Die Wahrscheinlichkeit dafür, daß die durch die γ -Strahlen aus der Wand eines Zählrohres ausgelösten Rückstoßphotoelektronen von dem ersten in das zweite Zählrohr oder umgekehrt von dem zweiten in das erste Zählrohr gelangten, wird um so größer, je größer der Spalt zwischen den beiden Rohren ist. Die beschriebene Anordnung macht diese Wahrscheinlichkeit so klein wie möglich. Die Rechnung zeigt, daß nur ein unbedeutender Teil dieser Elektronen ($6 \cdot 10^{-4}$) bei unserer Anordnung aus dem einen in das andere Zählrohr gelangen kann.

Der Apparat war von den Zählrohren durch eine 10μ dicke Aluminiumfolie getrennt. Die beiden Zählrohre und die Anordnung der beiden Fenster

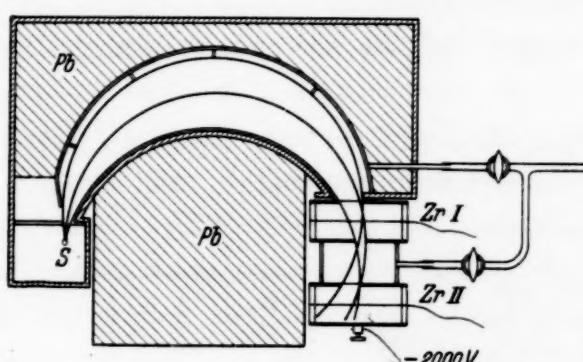


Fig. 1.

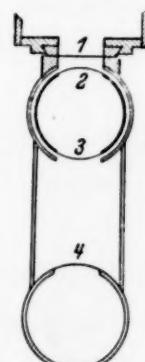


Fig. 2.

zeigt uns Fig. 2. Ein großer Teil der Oberfläche des ersten Zählrohres hat an der Stelle, wo sich das erste Fenster befindet, keine zylindrische Form. Dieser Umstand hat die sehr unerwünschte Folge, daß ein solches Zählrohr ein sehr kleines und unstabiles Arbeitsintervall aufweist und sehr leicht in das Gebiet der selbständigen Entladung übergeht. Darum wurde in dem ersten Zählrohr ein zweiter Zylinder angeordnet. Die Fenster dieses Zylinders hatten dieselbe Größe, waren aber mit einer $0,5 \mu$ dicken Al-Folie bedeckt. Auch die Folie war zylindrisch gebogen. Der Apparat und die Zählrohre waren gleichzeitig evakuiert (der Druck im Apparat war bei der Arbeit $0,1 \text{ mm}$ hoch), damit die Folie, die sich zwischen den Apparaten und den Zählrohren befand, nicht zerriß. Nach dem Evakuieren wurde der Hahn zwischen den Zählrohren und dem Apparat geschlossen und durch einen besonderen Hahn in die Zählrohre so lange Luft eingelassen, bis der Druck groß genug (von 8 bis 14 cm) geworden war.

Die Spannung an den Zählrohren wurde von einer Stabilivoltanlage für 3000 Volt geliefert. Zum Stabilisieren diente ein Stabilisator nach Medicus¹⁾. Ein wesentlicher Mangel unserer Anordnung bestand darin,

¹⁾ G. Medicus, ZS. f. techn. Phys. **14**, 304, 1933.

daß sich zwischen dem Apparat und den Zählrohren eine dicke Al-Folie befand. Diese Folie nahm uns die Möglichkeit, die Messungen bei kleinen Elektronengeschwindigkeiten auszuführen. Wenn ein Elektronenbündel durch die Folie geht, wird es um so stärker zerstreut, je kleiner die Elektronengeschwindigkeit wird. Die Elektronen, welche stark von ihrer ursprünglichen Richtung abgelenkt sind, können nicht in das zweite Zählrohr gelangen. Sie werden deshalb nicht mitgezählt. Aus diesem Grunde war es wünschenswert, den Spalt zwischen den Zählrohren möglichst hoch und breit zu machen. Das ist aber aus den oben angeführten Gründen unzulässig. Da die Elektronen in der Folie des ersten Zählrohres zerstreut werden, sind alle unsere Kurven im Gebiet der kleinen Energien gefälscht. Darum sind die Kurven in diesem Gebiete noch nicht quantitativ festgelegt.

2. Die Verstärkerschaltung. In Fig. 3 ist die Schaltung eines Verstärkers dargestellt, der die Koinzidenzen aussondert, und sie mit Hilfe

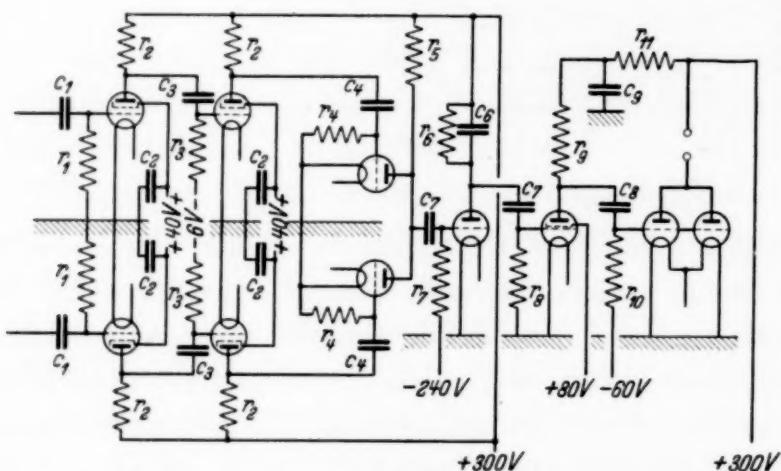


Fig. 3.

eines mit einem Zifferblatt versehenen Relais registriert. Von einer eingehenden Beschreibung der Schaltung wird hier abgesehen und nur auf die prinzipielle Bedeutung einzelner Teile hingewiesen. Der Impuls jedes Zählrohres wird durch eine sehr kleine Übergangskapazität (3 cm) auf das Gitter einer Schirmgitterröhre übertragen. Dies Rohr hat einen hohen Verstärkungskoeffizienten. Nachdem dieser Impuls nochmals in einer gleichen Röhre verstärkt wurde, wird er mittels einer kleinen Kapazität (25 cm) auf das Gitter einer Dreielektrodenröhre übertragen, welche einen kleinen Verstärkungskoeffizienten hat.

Möglichst kleine Übergangskapazitäten und eine kleine Kapazität der Leitung zwischen den Zählrohren und dem Verstärker sind notwendig, damit sich diese Kapazitäten nach dem Impulse möglichst schnell ent-

laden. Ist das nicht der Fall, so wird der zweite der schnell aufeinanderfolgenden Impulse zu klein, um vom Verstärker gezählt zu werden (siehe Fig. 4). Besonders wichtig ist das bei unseren Versuchsbedingungen, wo wir in jedem Zählrohr eine sehr große Zahl von Impulsen durch die γ -Strahlung haben.

Die zwei ersten Verstärkungsstufen verstärken die kleinen Impulse in den Zählrohren (ungefähr 0,5 Volt) bis auf eine maximale Größe (ungefähr 250 Volt), welche durch die Anodenspannung und die Anodenwiderstände bestimmt wird. Die großen Impulse (ungefähr 20 Volt) können auch von diesen zwei Verstärkungsstufen nur bis auf 250 Volt verstärkt werden, ihre Dauer wird dagegen sehr verkürzt, weil sie weit über die Grenzen der Gittercharakteristiken hinausgehen. Also gleichen die ersten zwei Verstärkungsstufen die Größe der Impulse aus und verkürzen die Dauer der großen Impulse. Die kleinen Impulse sind so wie so nur von kurzer Dauer.

Die dritte Verstärkungsstufe dient zur Absonderung der Koinzidenzen. Sie beruht auf dem bekannten Prinzip von Rossi. Die Dauer der Impulse auf den Gittern dieser Stufe ist von der Größenordnung 10^{-4} sec. Die Koinzidenzen der Impulse werden auf die vierte Verstärkungsstufe übertragen. Hier ist an das Gitter ein hohes Potential (-240 Volt) angelegt. Dadurch wird erreicht, daß nur die engsten Koinzidenzen mitgezählt werden, und die Auflösungskraft des Verstärkers bis zur Größenordnung von 10^{-5} sec gesteigert wird. Im Anodenkreis dieser Verstärkungsstufe werden die Koinzidenzimpulse bis auf $2 \cdot 10^{-2}$ sec verlängert, damit das mechanische Relais sie empfangen konnte. Als Folge dieser Veränderung wird der Impuls sehr klein und muß darum noch in zwei Stufen verstärkt werden. Analoge Verstärker sind für die Zählung kosmischer Teilchen gebaut und von I. N. Jonson und J. C. Street¹⁾ und J. Barnothy²⁾ beschrieben worden.

Die Untersuchung der Methode.

Bevor wir die beschriebene Methode zu Messungen der Verteilung der Elektronen nach ihren Energien anwenden, müssen wir eine Reihe von Kontrollversuchen ausführen. Wir untersuchten:

¹⁾ I. N. Jonson u. J. C. Street, Journ. Frankl. Inst. **215**, 239, 1933.

²⁾ J. Barnothy, Naturwissensch. **20**, 835, 1933.

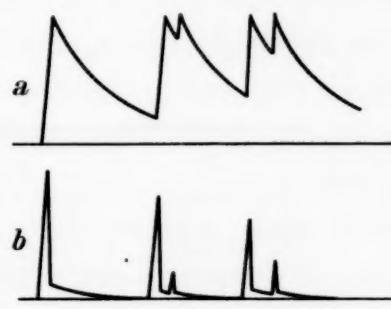


Fig. 4.

1. Die Abhängigkeit der Zahl der Koinzidenzen von dem Druck im Zählrohr und

2. Die Zahl der Koinzidenzen, welche beim Passieren eines Bündels von β -Teilchen durch die beiden Zählrohre stattfinden, in Vergleich mit der Zahl der Impulse in dem zweiten Zählrohr.

Diese Untersuchungen wurden bei verschiedenen Elektronengeschwindigkeiten ausgeführt. Die Versuche zeigten, daß die Zahl der Koinzidenzen bei allen Drucken, die höher als 8 cm sind, vom Druck unabhängig ist (siehe Tabelle 1).

Tabelle 1.

Hg	14 cm	10 cm	4 cm
3900	2610	2520	1000
8400	1390	1350	550

Nach den Angaben von Geiger ist die Zahl der Impulse in einem Geiger-Müllerschen Zählrohr bei allen Drucken, die größer als 7 cm sind, vom Druck unabhängig. Es muß betont werden, daß bei der Koinzidenzmethode die Zahl der mitgezählten Teilchen vom Druck stärker abhängt, als für ein einzelnes Zählrohr. Wenn z. B. jedes Zählrohr 20% der Elektronen nicht mitzählt, so wird die Zahl der nicht mitgezählten Koinzidenzen schon 40% erreichen.

Der Vergleich der Zahl der Impulse im zweiten Zählrohr allein mit der Zahl der Koinzidenzen zeigt, daß letztere nicht viel kleiner (um 10 bis 20%) ist. Das kann man leicht aus der folgenden Tabelle 2 ersehen.

Diese Tabelle zeigt, daß die Zahl der Koinzidenzen in einem verhältnismäßig breiten Intervall (70 Volt) von der Spannung unabhängig ist.

Außer vom Druck und von der Spannung hängt die Zahl der Koinzidenzen von der Zahl der Impulse in jedem einzelnen Zählrohr ab.

Tabelle 2.
Druck 8 cm Hg.

1	2	3	4	5
Potential-differenzen an Zählrohren in Skalenteilen	Zahl der Impulse im zweiten Zählrohr	Zahl der spontanen Impulse im zweiten Zählrohr	Die Differenz zwischen 2 und 3	Zahl der Koinzidenzen
20	130	68	62	55
21	140	74	66	55
22	154	90	64	56
26	172	104	68	57

Wenn diese Zahl sehr groß ist, kann die Wahrscheinlichkeit, daß ein passierendes Elektron einen zu kleinen Impuls erzeugt, der darum nicht mitgezählt wird (siehe Fig. 4), zu groß werden.

Wir müssen darum feststellen, wie groß die Zahl der Impulse, die von den γ -Strahlen herrühren, in jedem einzelnen Zählrohr sein kann, ohne daß dadurch die Zahl der gezählten Koinzidenzen verkleinert wird (bei einer Verkleinerung der Zahl der Koinzidenzen werden nicht alle Elektronen, die beide Zählrohre passierten, mitgezählt). Deshalb machten wir folgenden Versuch. Ein Elektronenbündel, das von Ra E emittiert wurde, passierte die beiden Zählrohre, die beide gleichzeitig mit γ -Strahlen bestrahlt wurden. Durch diesen Versuch wurde festgestellt, wie groß die zulässige Zahl der Impulse in jedem einzelnen Zählrohr sein darf. Im folgenden haben wir ständig eine solche Quelle solcher Intensität benutzt, daß diese Grenze (1000 Impulse pro Minute) nicht überschritten wurde.

Um sich endlich davon zu überzeugen, ob bei der Messung der Verteilungskurven der Elektronen nicht grobe Fehler gemacht wurden, untersuchten wir das kontinuierliche Spektrum der Elektronen in gut bekannten Fällen [Ra E und Ra (B + C)]. In der Fig. 5 und 6 sind die entsprechenden

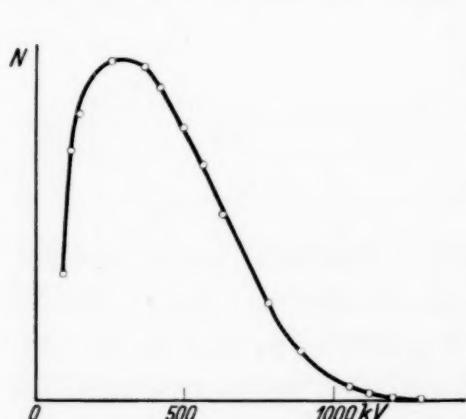


Fig. 5.

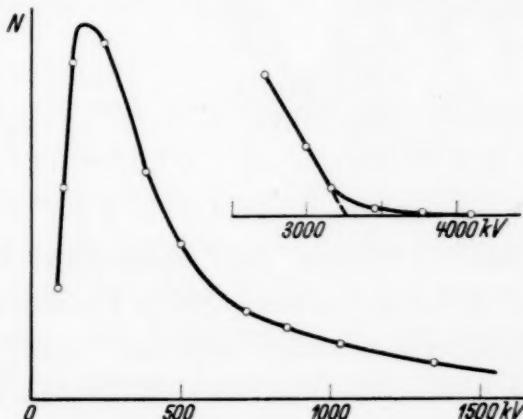


Fig. 6.

Kurven wiedergegeben. Die Grenzen und die Maxima der Spektren stimmen gut mit den wiederholten Messungen anderer Autoren überein. Für Ra E ist die Grenze gleich 1250 und für Ra (B + C) 3250 kV. Sind die geometrischen Bedingungen der Apparatur und das Energieintervall der Elektronen, die von den Spalten ausgeblendet werden, bekannt, so können wir angenähert aus dem Flächeninhalt der Verteilungskurve die Intensität der Quelle berechnen und sie mit der bei γ -Strahlung gemessenen Intensität vergleichen. Die aus dem Flächeninhalt berechnete Intensität erwies sich um 50% kleiner als die bei γ -Strahlung gemessene.

Dieser Unterschied ist durch die Ungenauigkeit in der Anordnung der Spalte und der Quelle zu erklären.

Die Meßergebnisse.

1. Untersuchung der positiven Elektronen, die von einer Bleischicht bei Bestrahlung mit γ -Strahlung emittiert werden. Unser erster Versuch mit der beschriebenen Apparatur bestand in der Messung des Geschwindigkeitsspektrums der positiven Elektronen, die bei Bestrahlung einer dicken Bleischicht mit γ -Strahlen von Ra C emittiert werden. Ein schwaches Radiumpräparat, das sich in einem Glasrohr befand, wurde mit einer dicken Bleischicht umgeben. Die ganze Oberfläche der Bleischicht, abgesehen von demjenigen Teil, der unmittelbar an das Präparat grenzt, war mit einer 1 mm starken Aluminiumschicht ausgelegt (siehe Fig. 7). Wie schon bei Beschreibung des Apparates erwähnt, war seine ganze

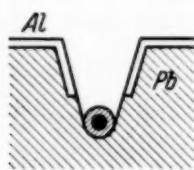


Fig. 7.

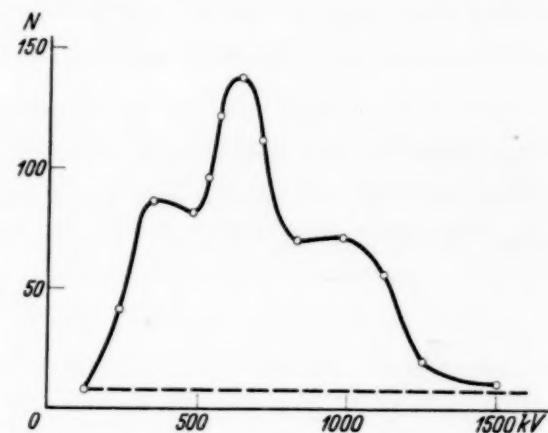


Fig. 8.

innere Oberfläche mit Aluminium bedeckt. Dadurch wurde erreicht, daß der Anteil der positiven Elektronen, der aus den von den γ -Strahlen getroffenen Wänden emittiert wurde, in Verhältnis zu der Gesamtzahl der gemessenen positiven Elektronen möglichst klein wurde. Dabei haben wir uns auf die Ergebnisse von Curie und Joliot (l. c.) gestützt. Curie und Joliot haben gezeigt, daß aus leichten Elementen die γ -Strahlen viel weniger positive Elektronen auslösen als aus schweren. Unter den beschriebenen Versuchsbedingungen konnten die positiven Elektronen aus folgenden Quellen stammen: aus der Bleischicht, die das Präparat umhüllte, aus einer Bleifolie, die unmittelbar auf dem Präparat lag, und aus der Aluminiumschicht. Die experimentell gefundene Kurve ist in der Fig. 8 wiedergegeben. Die punktierte Kurve stellt den Hintergrund dar, welcher sehr klein ist im Vergleich mit der Zahl der gezählten Partikeln (0,2 Koinzidenzen pro Minute). Als Größe des Hintergrundes wählten wir den Mittelwert aus der Zahl der Koinzidenzen bei den schwächsten und

den stärksten Magnetfeldern ($H = 1000$). Die Koinzidenzen in den Zählrohren, die diesen Hintergrund bilden, sind von dreierlei Art:

1. Zufällige Koinzidenzen;
2. Koinzidenzen, die von der Höhenstrahlung stammen;
3. Koinzidenzen, die von den Rückstoß- und Photoelektronen verursacht werden, die aus dem einen Zählrohr durch den Spalt in das andere gelangen.

Die zufälligen Koinzidenzen spielen wegen der großen Auflösungskraft des Verstärkers eine unbedeutende Rolle. Praktisch ist der Hintergrund durch die zwei letzten Möglichkeiten bedingt.

Um die Zahl der Koinzidenzen, die von der Höhenstrahlung herrühren, zu verkleinern, wurden der Apparat und die Zählrohre horizontal angeordnet. Die Zahl der Koinzidenzen bei hohen Magnetfeldern und bei Anwesenheit der radioaktiven Quelle im Punkte S (der Hintergrund, der von der Höhenstrahlung und von den Rückstoßelektronen verursacht wird) ändert sich mit der Stärke des Präparates und den Bedingungen des Schutzes. Gewöhnlich war sie zwei- bis dreimal größer als die Zahl der durch die Höhenstrahlungsteilchen allein (ohne Präparat im Punkte S) hervorgerufenen Koinzidenzen.

Die Zahl der Koinzidenzen, die von aus den Wänden der Zählrohre ausgelösten Elektronen erzeugt wurden, kann von der Stärke des Magnetfeldes abhängen. Darum wurde ein besonderer Versuch zur Aufklärung dieser Frage durchgeführt. Die Zählrohre wurden direkt mit γ -Strahlen bestrahlt, und die Zahl der Koinzidenzen in Abhängigkeit von der Stärke des Magnetfeldes gemessen. Bei keiner der Feldstärken, die wir für die Messungen mit positiven Elektronen benutztten, haben wir eine merkliche Abhängigkeit des Hintergrundes von der Stärke des Magnetfeldes gefunden. Nur bei schwachen Feldern (100 Gauß und kleiner) wurde die Zahl der Koinzidenzen merklich größer. Darum bestimmen wir im folgenden den Hintergrund nur aus Messungen der Zahl der Koinzidenzen bei hohen Feldstärken.

Jeder Punkt der Kurve der Fig. 8 wurde mittels Zählung von durchschnittlich 200 Koinzidenzen erhalten. Die deutlichen Maxima dieser Kurve gehen also weit über die mögliche Grenze des statistischen Fehlers hinaus. Bei unseren Versuchsbedingungen ist das Intervall ΔE der Energien der Elektronen, welche die beiden Zählrohre passierten, von der Energie E abhängig. Um die Verteilung der Elektronen nach ihren

Energien zu erhalten, müssen wir die experimentelle Kurve auf gleiche Energieintervalle umrechnen. Dabei benutzen wir die Formel:

$$n_1 = \frac{An}{(H\varrho) \cdot f'(H\varrho)},$$

wo n die Zahl der Elektronen bei gegebenen $H\varrho$ bedeutet und $E = f(H\varrho)$ ist. In Fig. 9 ist die umgerechnete Kurve gezeichnet. Die maximale Energie der positiven Elektronen, die bei diesen Versuchen gemessen wurde, ist 1500 kV. Es ist möglich, daß positive Elektronen noch größerer Energien auftreten, weil bei dieser Energie die Zahl der Koinzidenzen noch 1,5 mal größer war als der Hintergrund.

Leider war es unter unseren Versuchsbedingungen nicht möglich, das Verhältnis der Zahl der positiven zu der negativen Elektronen genau zu bestimmen. Die Ursache liegt darin, daß unser Relais und die Zählrohre eine so große Zahl von negativen Elektronen nicht zählen

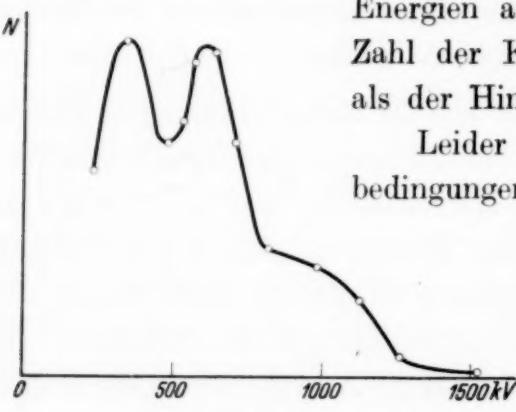


Fig. 9.

konnten. Außerdem ist das γ -Spektrum von Ra C sehr reich an dicht nebeneinanderliegenden Linien. Selbst wenn auch die Verteilung der Rückstoßelektronen nach ihren Energien bekannt wäre, wäre schwer zu bestimmen, auf welchen Teil der Kurvenfläche wir die Zahl der positiven Elektronen beziehen müßten, um das Verhältnis zwischen den Absorptionskoeffizienten bei der Materialisation und den Comptonschen Absorptionskoeffizienten zu erhalten.

Wir kennen die Verteilung der positiven Elektronen, die von einer monochromatischen Linie erzeugt sind, noch nicht, deshalb ist es schwer, die Maxima der Kurve der Fig. 9 den Linien des Strahlenspektrums zuzuordnen und die Abhängigkeit der Ausbeute der positiven Elektronen von der Energie der γ -Quanten zu bestimmen. Die Untersuchung dieser Abhängigkeit ist außerdem durch einen Mangel an zuverlässigen Daten für die Intensitätsverhältnisse der Linien im kurzwelligen Gebiet (kürzer als die Linie 2200 kV) des Spektrums von Ra C erschwert. In diesem Gebiete liegen nur die Resultate von D. W. Skobelzyn¹⁾ vor, aus denen folgt, daß sich das Strahlenspektrum von Ra C bis zu Energien von 3000 kV

¹⁾ D. Skobelzyn, ZS. f. Phys. **58**, 595, 1929.

erstreckt. Über die Intensität der Linien können seine Versuche keine Aussagen machen.

Beschränken wir uns auf die Linien 1760 und 2200 kV, so können wir ihnen die Maxima bei 350 und 600 kV zuordnen. Das führt uns zu folgenden Schlüssen:

1. Die Zahl der positiven Elektronen, die aus einer dicken Bleischicht stammen, hat ein Maximum bei den Energien $\frac{h\nu - m_0 c^2}{2}$. Dies Resultat stimmt mit den Resultaten von Curie und Joliot überein, steht aber in Widerspruch mit den Beobachtungen in einer Wilson-Kammer, die unter solchen Bedingungen ausgeführt wird, daß unmittelbar die Energie der beiden Komponenten gemessen wurde. In den meisten Fällen hatte das positive Elektron eine größere Energie als das negative [D. Skobelzyn¹⁾].

2. Wenn wir das Verhältnis der Intensitäten der Linien 1760 und 2200 kV, das nach den Messungen von Ellis und Aston²⁾ gleich $\frac{0,26}{0,075} = 3,5$ ist, mit dem Verhältnis der Zahlen der positiven Elektronen in den beiden Maxima vergleichen, so folgt, daß die Ausbeute der positiven Elektronen für die Linie 1760 dreimal kleiner ist als für die Linie 2200.

Was die Ausbeute bei noch höheren Energien von γ -Strahlen betrifft, so können wir nur sagen, daß sie anscheinend hier viel langsamer wächst, und sich einem konstanten Werte nähert. Im entgegengesetzten Falle müßte der horizontale Teil der Kurve in Fig. 9 bei höheren Ordinaten liegen.

2. *Untersuchung von positiven Elektronen aus einer Ra (B + C)-radioaktiven Quelle.* Um die Frage, ob die positiven Elektronen durch innere Umwandlung der Strahlen erzeugt werden, zu klären, brachten wir in den Punkt S unserer Apparatur eine dünnwandige Ampulle mit Ra Em. Die Lage der Quelle ist deutlicher in Fig. 10 gezeigt. Der Versuch ergab die Anwesenheit einer großen Zahl von positiven Elektronen. Ihre Verteilung nach den Energien (Fig. 11) war sehr verschieden von der Verteilung im Falle der Materialisation von γ -Strahlen in einer Bleischicht. Abgesehen von einem kleinen Buckel, der bei 700 kV lag, war die Kurve glatt, und sehr ähnlich den Verteilungskurven der Teilchen im Falle des β -Zerfalls.



Fig. 10.

¹⁾ D. Skobelzyn, Nature **133**, 23, 1934. — ²⁾ C. D. Ellis und G. N. Aston, Proc. Roy. Soc. London (A) **192**, 130, 1930.

Wenn die Quelle mit einem dicken (4 mm) Aluminiumfilter bedeckt wird (in Fig. 10 punktiert dargestellt), so wird die Zahl der positiven Elektronen viel kleiner, und man erhält die untere Kurve der Fig. 11. In Fig. 12 ist die auf gleiche Energieintervalle umgerechnete Kurve wiedergegeben. Dabei ist der Hintergrund (untere Kurve) bereits subtrahiert.

Um die Zahl der positiven Elektronen, die bei einer einzelnen Zerfallsart emittiert werden, zu bestimmen, wurde die Verteilungskurve der Teilchen nach ihren Energien im Falle einer sehr schwachen Quelle Ra (B + C) aufgenommen. Nach dem Umpolen des Magnetfeldes wurde die Zahl

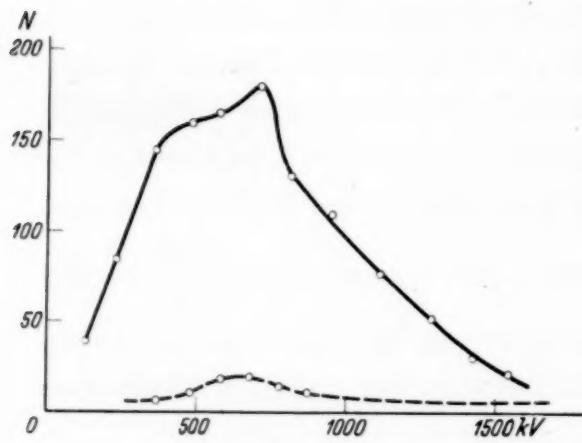


Fig. 11.

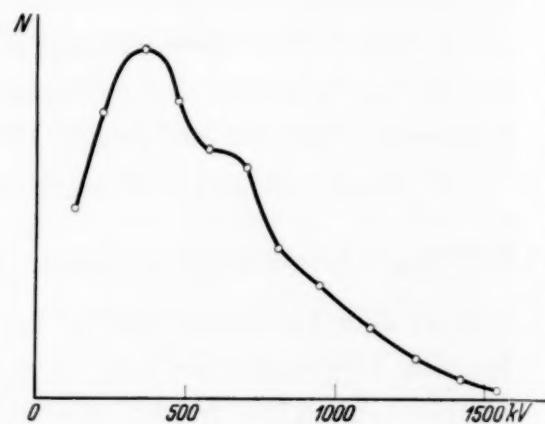


Fig. 12.

der positiven Elektronen bei der Feldstärke 340 Gauß (das entspricht dem Maximum der experimentellen Verteilungskurve) gemessen. Im Besitze dieser Daten kann man den Flächeninhalt der Verteilungskurve der β -Teilchen mit dem Flächeninhalt der Verteilungskurve der positiven Elektronen vergleichen. Das Verhältnis ergab sich zu $3 \cdot 10^{-3}$, d. h. daß die Zahl der positiven Elektronen 0,3% der Zahl der zerfallenen Atome ist. Wir wiederholten den Versuch mit der starken Quelle. Dabei wurde die Quelle mit einem dünneren Al-Filter bedeckt, das aber dick genug war, um die positiven Elektronen, die aus der Quelle emittiert wurden, zu absorbieren (1 und 2 mm). Auch in diesem Falle wurde noch eine große Zahl von positiven Elektronen beobachtet. Diese positiven Elektronen können nicht der Einwirkung der γ -Strahlen auf die Aluminiumschicht zugeschrieben werden, weil in dem ersten Versuch mit der 4 mm dicken Aluminiumschicht dieser „Untergrund“ viel kleiner war. Um die Frage zu klären, wurden die Versuchsbedingungen etwas verändert. Die Quelle wurde nicht im Vakuum, sondern außerhalb aufgestellt. In den Apparat wurde vor dem radioaktiven Präparat ein Fenster ausgeschnitten, das mit 10 μ dicker Aluminiumfolie bedeckt war (siehe Fig. 13). Die Wand,

in welcher sich das Fenster befand, war eine 1,5 mm dicke Aluminiumplatte. Diese Anordnung der Quelle gab uns die Möglichkeit, in jedem Punkte der Kurve die Zahl der positiven Elektronen zuerst bei unbedeckter, dann bei bedeckter Quelle zu messen. Die erhaltene Kurve zeigt Fig. 14. Die untere Kurve stellt den Hintergrund dar. Wenn als Filter eine dickere (1,5 und 2,5 mm) Aluminiumschicht benutzt wurde, so wurde der Hintergrund ein wenig stärker. Bei sehr dicken Filtern wird dieser Hintergrund sehr schwach und ungefähr der Zahl der Koinzidenzen bei hohen Magnetfeldern gleich (siehe Tabelle 4).

Aus diesen Versuchen folgern wir, daß das mit β -Teilchen bestrahlte Aluminium positive Elektronen emittiert. Die kinetische Energie eines β -Teilchens beim Durchgang durch die Materie wird materialisiert, und dabei kann ein positives und ein negatives Elektron entstehen. Eine solche Erscheinung ist unlängst in der Wilson-Kammer von Skobelzyn¹⁾ entdeckt worden.

Um die Größe des Hintergrundes, der durch diese Erscheinung in den naheliegenden Aluminiumwänden des Apparates hervorgerufen wird, abzuschätzen, wurden folgende Versuche durchgeführt. Die Quelle wird dicht an die Aluminiumwand (in die Punkte S' oder S'' , Fig. 13) gebracht, so daß die positiven Elektronen aus der Quelle selbst nicht durch das Fenster gehen können. Die gemessene Zahl der positiven Elektronen war gleich der Zahl der positiven Elektronen in dem Falle, wo die Quelle sich im Punkte S befand und von einem 1 mm dicken Al-Filter bedeckt war. Die Versuche werden durch die Tabelle 3 illustriert.

Tabelle 3. $H\varrho = 3060$.

Lage der Quelle	Durchschnittliche Zahl der Koinzidenzen (aus einer Reihe von Messungen)
Hintergrund ($H = 10000$)	25
Quelle in Punkt S ohne Filter	174
Quelle im Punkte S mit 1 mm dickem Al-Filter bedeckt	76
Quelle im Punkte S mit 2 mm dickem Al-Filter bedeckt	85
Quelle im Punkte S' oder S'' ohne Filter	74
Quelle im Punkte S''' oder S^* mit dickem Filter bedeckt	32



Fig. 13.

¹⁾ D. Skobelzyn, Nature 133, 23, 1934.

In Fig. 15 ist die auf gleiche Energieintervalle umgerechnete Kurve dargestellt, von welcher schon der „Hintergrund“ subtrahiert ist. In dieselbe Kurve sind auch Punkte aus einer anderen Beobachtungsreihe (für das Gebiet von 700 bis 1200 kV) eingezeichnet. Die Kurve ist etwas von der

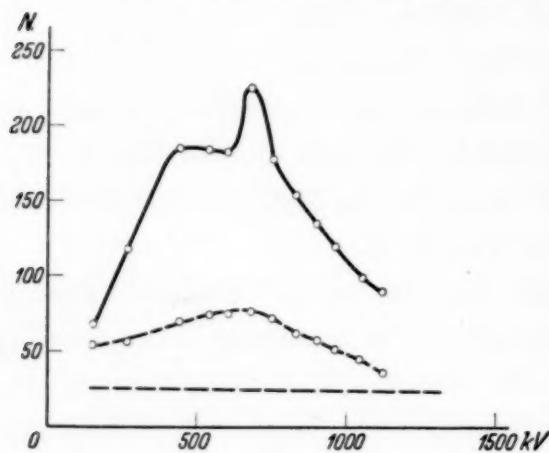


Fig. 14.

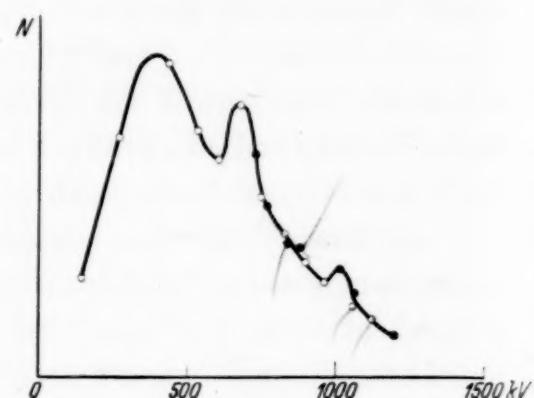


Fig. 15.

früheren (Fig. 12) verschieden. Das ist ganz natürlich, weil wir bei den ersten Versuchen nicht mit der Möglichkeit der Bildung von positiven Elektronen durch β -Strahlung gerechnet hatten.

Also beweisen die Versuche mit dünnwandigen Quellen die Existenz von zwei Erscheinungen:

1. der Emission von positiven Elektronen aus einer radioaktiven Quelle, und
2. der Emission von positiven Elektronen aus Al bei Bestrahlung mit β -Teilchen.

Der letzte Effekt betrug bei unseren Versuchsbedingungen 20 bis 50% des ersten. Darum muß die von uns erhaltene Ausbeute um 30% verkleinert werden. Die Ausbeute bei der Bestrahlung von Aluminium mit β -Teilchen beträgt 0,15 bis 0,2% unter Berücksichtigung des Raumwinkels der Aluminiumplatte in bezug auf die Quelle. Dabei sind die β -Teilchen von Ra C nicht nach ihren Energien klassifiziert. Wenn wir aber diese Zahl nur auf die β -Teilchen mit einer Energie größer als $2 m_0 c^2$ umrechnen, so wird die Ausbeute größer als 0,4 % für eine 1 mm dicke Aluminiumplatte.

Wir müssen noch auf eine kleine Einzelheit der Verteilungskurve zurückkommen. Das ist das kleine Maximum bei 700 kV (siehe Fig. 12 und 14). Es ist nicht viel größer als der mögliche statistische Fehler, tritt aber in allen Kurven, die wir erhalten haben, auf. Ein zweites derartiges Maximum wurde bei 1000 kV entdeckt, als dies Gebiet ausführlicher untersucht wurde. Da aber eine genaue Untersuchung dieses Gebietes

nur einmal durchgeführt wurde, ist die Existenz eines zweiten Maximums nicht gesichert. Das erste Maximum wurde aber regelmäßig erhalten. Es muß ihm darum eine reelle Bedeutung zugeschrieben werden.

Diskussion der Resultate.

Bei Beschreibung der Verteilungskurven der positiven Elektronen wurde auf die Verschiedenheit der Verteilungen der positiven Elektronen im Falle der Bestrahlung einer Pb-Schicht mit γ -Strahlen einerseits und im Falle einer direkten Emission aus einer radioaktiven Quelle andererseits hingewiesen¹⁾. Wenn als Ursache der Entstehung der positiven Elektronen aus einer radioaktiven Quelle die innere Umwandlung angenommen wird, so ist zu erwarten, daß zwischen dem Spektrum der positiven Elektronen und dem Strahlenspektrum ein Zusammenhang besteht. In diesem Falle würde eine so große Verschiedenheit zwischen den beiden Kurven, wie sie beobachtet wurde, nicht existieren. Im Spektrum der Strahlen von Ra C sind im kurzwelligen Gebiet zwei intensive Linien, 1760 und 2200 kV, vorhanden, und außerdem noch eine Anzahl schwacher Linien mit kurzen Wellenlängen, die den flachen Teil der Kurve der Fig. 9 bilden. In der Verteilungskurve der positiven Elektronen, die von Ra (B + C) emittiert werden, findet sich ein (vielleicht zwei) schwaches Maximum, dessen Existenz nur mit Mühe festgestellt werden konnte. Aus diesen Betrachtungen folgt, daß der Mechanismus der Emission der positiven Elektronen aus der radioaktiven Quelle einen anderen Charakter haben muß. Darum können wir zwei andere Hypothesen über die Entstehung dieser positiven Elektronen aufstellen:

1. Die positiven Elektronen werden aus den Atomkernen mit entsprechender Änderung der Ladung des Kernes emittiert. Ein solcher Mechanismus erfordert nicht eine gleichzeitige Emission eines negativen Elektrons.
2. Die kinetische Energie eines β -Teilchens wird bei ihrer Emission aus dem Kern von Ra C in ein positives und ein negatives Elektron umgewandelt. Ein solcher Mechanismus setzt die gleichzeitige Erscheinung eines positiven und zweier negativer Elektronen voraus. Außerdem muß die Grenze des Spektrums der positiven Elektronen wenigstens um die Größe $2 m_0 C^2$ von der Grenze des Spektrums verschieden sein.

¹⁾ In der vorläufigen von der Redaktion von „Nature“ (Nr. 3363, S. 581) gekürzten Mitteilung ist fälschlicherweise auf die Ähnlichkeit der Verteilungskurven in diesen beiden Fällen hingewiesen. In unserem Briefe wurde umgekehrt auf ihre Verschiedenheit aufmerksam gemacht und damit die Hypothese über die Herkunft der positiven Elektronen aus der radioaktiven Quelle begründet.

Auf Grund des vorhandenen Materials läßt sich nicht entscheiden, welcher dieser beiden Prozesse in Wirklichkeit stattfindet.

Der erste Mechanismus führt aber zu ernstlichen Schwierigkeiten. Angenommen, die positiven Elektronen werden von Ra C emittiert, so wird nach dieser Emission wieder Ra C entstanden sein, dessen Masse aber von der normalen verschieden ist. Sie wird um die Größe m_0 (die Masse des β -Teilchens) + m_0 (die Masse des positiven Elektrons) + E_β (Energie des β -Teilchens) + E_e (Energie des positiven Elektrons) kleiner sein. In Energieeinheiten kann dieser Unterschied 3100 kV erreichen. Von vornherein kann man nicht sagen, ob ein solches RaB radioaktiv wird oder nicht, und von welchem Typus seine Radioaktivität sein wird. Es liegt näher, an Stelle einer solchen radikalnen Annahme zu vermuten, daß positive Elektronen auf Kosten der kinetischen Energie der β -Teilchen bei ihrer Emission aus dem Atomkern von Ra C entstehen. Das ist um so wahrscheinlicher, als ein solcher Prozeß in der Nähe von fremden Atomkernen existiert. Zwar widerspricht eine so große Wahrscheinlichkeit der Bildung von positiven Elektronen durch β -Teilchen von verhältnismäßig geringen Energien schroff den Rechnungen von Carlson und Ferri¹⁾. Unter Benutzung der Diracschen Theorie haben sie die Wahrscheinlichkeit der Paarbildung beim Durchgang von schnellen Elektronen durch Materie berechnet. Dabei zeigte sich, daß eine merkliche Wahrscheinlichkeit eines solchen Effektes nur bei Energien von der Größenordnung 10^8 Volt eintritt. Dieser Widerspruch kann jedoch kaum als ein Argument gegen die Existenz des beobachteten Effektes bei kleinen Energien aufgefaßt werden, und er ist vermutlich in Mängeln der Theorie zu suchen. Es muß noch betont werden, daß Lecoin²⁾ in einer Wilson-Kammer auf 2000 negative Elektronen kein positives fand. Dabei benutzte er als radioaktive Quelle Ra E. Das widerspricht unserer Annahme nicht, weil nur ein unbedeutender Teil ($1/100$) der Teilchen von Ra E Energien größer als $2 m_0 C^2$ hat, und auch diese Teilchen keine größeren Energien als 1250 kV haben.

Vergleicht man die Energieverteilung der positiven Elektronen mit der Energieverteilung der β -Teilchen mit Energien > 1000 kV, so hat es den Anschein, als ob die Wahrscheinlichkeit der Materialisation mit dem Wachsen der Energie des Teilchens zunächst zunimmt, dann aber unverändert bleibt. Einen ähnlichen Gang hat auch der äußere Effekt der β -Strahlen.

¹⁾ W. H. Ferri und J. F. Carlson, Phys. Rev. **44**, 237, 1933. —

²⁾ M. Lecoin, C. R. **197**, 405, 1933.

Endlich ist noch das Maximum bei 700 kV und das eventuell existierende bei 1000 kV zu erklären. Offenbar sind diese Maxima durch innere Umwandlung der Strahlen bedingt, weil in den naheliegenden Gebieten der Hintergrund keine Anomalien aufweist. Das 700 kV-Maximum ist jedenfalls der 2200 kV-Linie zuzuordnen. Der Umstand, daß die starke Linie bei 1760 kV auf der Kurve nicht auftrifft, zwingt zu der Annahme, daß in diesem Gebiete der Energien der γ -Quanten die Wahrscheinlichkeit für innere Umwandlung sehr stark mit der Verminderung der Energie abnimmt.

Der Flächeninhalt des 700 kV-Maximums ist 25mal kleiner als die Gesamtfläche der Kurve. Da die Zahl der positiven Elektronen (0,2%) und der Quanten mit $h\nu = 2200$ kV (7%) pro Zerfall bekannt ist, so kann man die Wahrscheinlichkeit der inneren Umwandlung dieser γ -Quanten berechnen. Man erhält eine Zahl von der Größenordnung 10^{-3} . Diese Zahl kommt der von Oppenheimer¹⁾ berechneten ($5 \cdot 10^{-4}$) für $h\nu = 2500$ kV) nahe. Anscheinend ist die Wahrscheinlichkeit der inneren Umwandlung der Strahlen in diesem Gebiete wenig von der Energie abhängig, weil die schwachen Linien, die härter als 2200 kV sind, nicht oder wenigstens nur sehr schwach auftreten.

Zusatz: In der vor einigen Tagen erschienenen Arbeit von Chadwick, Blackett und Occhialini²⁾ wurde auch die Emission von positiven Elektronen aus Th C mittels der Wilson-Kammer bewiesen; der äußere Effekt der β -Teilchen wurde aber nicht gefunden.

Es ist uns eine angenehme Pflicht, Herrn Prof. Dr. P. I. Lukirsky für sein ständiges Interesse an dieser Arbeit und für wertvolle Diskussion der Resultate unserem Dank auszusprechen.

Leningrad, Physikalisch-Technisches Institut.

¹⁾ Leo Nedelsky u. J. R. Oppenheimer, Phys. Rev. **44**, 943, 1933.

— ²⁾ J. Chadwick, P. M. S. Blackett u. G. P. S. Occhialini, Proc. Roy. Soc. London (A) **144**, 235, 1934.

Beitrag zur quantitativen photographischen Photometrie.

Von W. H. E. Bandermann in New York City.

Mit 3 Abbildungen. (Eingegangen am 18. Mai 1934.)

Zum ersten Male wird eine Methode der quantitativen photographischen Photometrie veröffentlicht, die gestattet, mit nur einer Aufnahme Resultate bisher nie erreichter Genauigkeit zu erhalten. Im Gegensatz zu früheren Arbeiten anderer Forscher werden hier Dickschwankungen der photographischen Schicht als Hauptfehlerursache eigener Größenordnung erkannt und in Rechnung gezogen. Diese Fehler werden beseitigt durch ein „Schichtdickenverteilungsdiagramm der photographischen Platte“ in Verbindung mit einem zu der betreffenden Emulsion gehörigen „Korrektionsdiagramm“, welch letzteres die Schar der charakteristischen Kurven für verschiedene Schichtdicken (*ceteris paribus*) darstellt. Beide Diagramme werden eigenartig auf Grund von Transparenzmessungen mit inaktinischem Infrarotlicht zwischen etwa 1000 und 3000 m μ ermittelt. Weitere wissenschaftliche und technische Verwendungsmöglichkeiten grundlegender Art werden angeführt.

Da über Schichtdickenunregelmäßigkeiten auf einer und derselben photographischen Platte noch nichts Quantitatives bekannt ist, dieses Thema aber für die Frage der quantitativen photographischen Photometrie von fundamentaler Bedeutung ist, und zwar auf Grund der Arbeiten von W. de W. Abney¹⁾ über die optimale Schichtdicke eines photographischen Aufnahmematerials, stellte ich mir zunächst die Aufgabe, diese Schichtdickenunregelmäßigkeiten zahlenmäßig mittels eines Schichtdickenverteilungsdiagramms für eine individuelle photographische Platte zum Ausdruck zu bringen.

Mehrere bei Inaugenscheinnahme in durchgehendem gelbem Lichte als mit Schichtdickenunregelmäßigkeiten behaftet aussortierte Platten des amerikanischen Formats $3\frac{1}{4}'' \times 4\frac{1}{4}''$ wurden bei gedämpftem Lichte in kleine Plättchen, je ungefähr $1 \times 1 \text{ cm}^2$, zerschnitten, und diese Plättchen nach Plattenzugehörigkeit und ursprünglicher relativer Lage geeignet numeriert. Sodann wurde die auf jedem Plättchen befindliche Emulsionsmenge ermittelt, und zwar als Differenz zwischen dem Gewichte des Plättchens mit anhaftender Emulsion und dem Gewichte des Plättchens nach Entfernung der Emulsion. Die Schichtseite jedes Plättchens wurde sodann planimetriert, für welche Operation zuvor eine besondere Technik zur Sicherung eines befriedigenden Genauigkeitsgrades ausgebildet worden war, und die Emulsionsmenge jedes Plättchens auf 1 cm^2 bezogen.

¹⁾ W. de W. Abney, Journ. Camera Club, London 1899, S. 173.

Es stellte sich nun überraschenderweise heraus, daß an den dicksten Stellen der Schicht sich oft etwa doppelt soviel Emulsion befand wie an den dünnsten Stellen. Es ist nicht unwahrscheinlich, daß bei der Prüfung weiterer Platten noch merklichere Schichtdickenschwankungen nachgewiesen werden können. Entsprechend erheblichere Schichtdickenunterschiede sind natürlich bei größeren Plattenformaten zu erwarten. Das Diagramm der Kurven gleicher Schichtdicken (Schichtdickenverteilungsdiagramm) einer photographischen Platte fällt von Platte zu Platte sehr vielgestaltig aus. Die hier aufgeführten Zahlentafeln, die durch Wiederaneinanderreihung der numerierten Plättchen ermittelt wurden, sind zwar zum Entwurf eines photometrischen Zwecken genügenden Diagramms der Kurven gleicher Schichtdicken noch etwas zu grob, dennoch geben diese Zahlentafeln eine gute Vorstellung von der Größe der Schichtdickenänderungen und erlauben außerdem den wichtigen Schluß zu ziehen, daß die Schichtdickenänderungen durchaus nicht immer allmählich und im wesentlichen in einer und derselben Richtung, z. B. von zwei parallelen Plattenkanten zur Mitte hin anwachsend, oder gar von einer Plattenecke bzw. Plattenkante zur gegenüberliegenden hin anwachsend erfolgen, sondern daß die Schichtdickenänderungen nach Größe und Richtung ziemlich sprunghaft und unregelmäßig verlaufen können. Die Zahlen stellen die Emulsionsmengen (lufttrocken) in mg/cm² dar, wobei die relative Anordnung der Zahlen mit der ursprünglichen Lage der kleinen Plättchen vor dem Zerschneiden der photographischen Platten übereinstimmt. Die Fehlerstreuung liegt dabei innerhalb der Grenzen + 0,1 mg und — 0,1 mg.

Da nun bei hinreichender sowie gleicher Belichtungsintensität und unter sonst gleichen Bedingungen innerhalb des gebräuchlichen Schichtdickenintervalls die dickeren Schichten „empfindlicher“ sind, d. h., „größere Schwärzungen“ liefern als die dünnern Schichten, so gibt eine photographische Platte mit den üblichen Schichtdickenunregelmäßigkeiten bei über die ganze Platte gleichmäßiger Belichtung nicht eine über die ganze Platte gleichmäßige Schwärzung (Oberflächenbilder manchmal ausgenommen), sondern es resultieren Schwärzungsunregelmäßigkeiten, die bis zu einem gewissen Grade den ursprünglichen Schichtdickenunregelmäßigkeiten entsprechen. Alle übrigen Ursachen von Schwärzungsunregelmäßigkeiten, z. B. ungleichförmige Trocknung der Schicht während der Fabrikation oder späteren Verarbeitung, ungleichförmige Entwicklung, Halation, Eberhard-Effekte usw. treten entweder von selbst oder von unserem Willen abhängig im Vergleich zu den tückischen Schichtdickenunregelmäßigkeiten in den Hintergrund, denn alle diese Ursachen be-

Platte Nr. 1.

—	—	3,0	3,5	3,6	3,7	3,8	3,9	3,9	3,8
4,4	3,2	2,6	2,7	2,7	2,7	2,5	2,5	2,7	3,8
5,2	5,5	5,1	5,0	5,2	3,3	2,5	2,7	2,9	4,0
6,0	5,9	5,4	5,1	4,2	2,6	2,7	3,0	3,8	4,8
5,5	4,6	3,3	3,5	4,6	4,2	2,8	2,7	4,0	5,4
3,5	3,5	4,4	5,5	5,8	5,3	3,8	2,7	3,9	5,6
4,2	5,8	5,7	5,1	4,6	4,1	3,7	3,4	3,2	5,3
5,1	5,7	4,3	4,0	3,0	2,7	2,8	3,2	4,0	5,0

Platte Nr. 2.

5,6	5,6	5,8	5,6	5,0	4,7	4,1	3,7	3,2	3,1
5,7	6,2	6,3	6,2	6,0	5,2	4,6	4,0	3,4	3,2
6,0	6,2	6,0	5,9	5,6	5,2	4,8	4,2	3,5	3,3
5,8	5,7	5,6	5,3	5,2	4,8	4,5	4,0	3,5	3,3
5,5	5,3	5,0	4,9	4,8	4,5	4,2	3,8	3,5	3,3
5,2	5,1	4,8	4,5	4,5	4,2	4,0	3,7	3,5	3,2
5,0	4,7	4,5	4,3	4,1	4,0	3,8	3,5	3,3	3,1
4,8	4,5	4,2	4,0	3,9	3,8	3,6	3,4	3,2	3,0

wirken prozentuale Fehler (in Lichtmengeneinheiten), deren Summe nach unserem heutigen Wissensstande (und besonders bei Verwendung eines bald von mir zu erörternden neuen Radikalmittels gegen die Halation) um etwa eine Zehnerpotenz kleiner gehalten werden kann, als der prozentuale Fehler, der aus den Schichtdickenunregelmäßigkeiten erwächst. Somit ist also mit den oben beschriebenen einfachen Wägungen die alte Frage nach der Ursache der oft bis zu 30% und vereinzelt (bei definitiv als fehlerhaft zu bezeichnenden Platten und unter Mitwirkung von Halation) bis zu 50% oder noch mehr betragenden Lichtmessungsfehler enträtselft.

In diesem Zusammenhange erwacht nun sofort wieder der alte, trotz größter Anstrengungen bisher noch unerfüllt gebliebene Wunsch, eine den heutigen Bedürfnissen der Forschung gerecht werdende Methode der quantitativen photographischen Photometrie zu schaffen. Auf Grund der eingangs erwähnten Arbeiten von W. de W. Abney (l. c.) und der ebenso wichtigen Arbeiten von G. Eberhard (Publikationen des astrophysikalischen Observatoriums zu Potsdam 26, 3—68, 1926), sowie unter Beachtung der hier mitgeteilten quantitativen Daten über Schichtdickenunregelmäßigkeiten auf einer und derselben Platte handelt es sich im Hinblick auf das Problem der quantitativen photographischen Photometrie offenbar nur darum, geeignete Mittel und Wege zu finden, um den durch die Schichtdickenunregelmäßigkeiten verursachten Fehler auf das Niveau der übrigen zuvor aufgezählten Fehler herabzudrücken. Die altbekannte Idee, planparallelgeschliffenes oder einseitig eben-geschliffenes Glas als Emulsionsträger zu verwenden, hilft nur wenig, zumal da der warme Emulsionsaufguß und die bald darauf folgende Eiswasserkühlung der Glasmücke eine Störung des Spannungsgleichgewichtes im Glase erzeugt, was sich in unregelmäßigen Deformationen des vorher eben gewesenen Glases äußert und so zu Schichtdickenunregelmäßigkeiten Anstoß gibt, da beim Begießen der Platten an den tiefer gelegenen Stellen des deformierten Glases mehr Emulsion sich ansammelt bzw. aufgetragen wird als an den höher gelegenen Stellen. Außerdem müßte man die Gieß- und Transportmaschinerie der Trockenplattenfabriken erheblich präzisieren, welches Vorhaben sich als aussichtslos erweisen dürfte, besonders da die Trockenplattenmaschinen der meisten Fabriken das wirtschaftliche Höchstmaß der Genauigkeit erreicht haben. So wie die Dinge liegen, würde man also für Zwecke der quantitativen photographischen Photometrie selbst in Zukunft niemals eine hinreichende Gleichmäßigkeit der Schichtdicke garantieren können. Man muß daher nach einem anderen Wege suchen, und zwar erweist sich der folgende

Weg als gangbar. Man ermittelt das Diagramm der Linien gleicher Schichtdicken (Schichtdickenverteilungsdiagramm) der photographischen Platte, — natürlich nicht durch Zerschneiden und Wägen, sondern vermittelst eines anzeigenenden oder registrierenden Spezialinfrarotphotometers (und zwar vor der eigentlichen Benutzung der Platte zwecks Vermeidung des Herschel-Effektes), wobei die Schichtdicken in inaktinischem, infrarotem Licht ungefähr zwischen den Wellenlängen $1000 \text{ m}\mu$ und $3000 \text{ m}\mu$ als diffuse Transparenzen gemessen und ausgedrückt werden. In ganz analoger Weise bestimmt man das Schichtdickenverteilungsdiagramm eines mehr oder minder präzisen Emulsionskeiles — Herstellung z. B. durch Auftrag von Emulsion auf eine geneigte, hinreichend ebene Glasplatte von Trockenplattendicke —, dessen Emulsion mit der Plattenemulsion (und dessen Glas mit dem Trockenplattenglas) identisch ist, und stellt für eine Reihe von auf

der Platte vorkommenden Schichtdicken (Transparenzen) für festgelegte Expositions- und Entwicklungsbedingungen die zu diesen Schichtdicken (Transparenzen) gehörigen charakteristischen Kurven fest, wobei zweckmäßigerweise jede dieser charakteristischen Kurven mit der zugehörigen Schichtdicke (Transparenz) beziffert und in einem und demselben Diagramm, dem sogenannten Korrektionsdiagramm (siehe Fig. 1), zusammen aufgetragen wird.

Nun habe ein Punkt n auf der fertig entwickelten Platte die Dichte (Schwärzung) D_n , und es sei das Problem gestellt, den wahren Expositionswert ε_n zu ermitteln, der die Dichte D_n hervorbrachte, d. h. es wird gefordert, daß dieser Expositionswert ε_n frei von dem durch Schichtdickenschwankungen hervorgerufenen Fehler ist. Dem mit infrarotem Lichte bestimmten Schichtdickenverteilungsdiagramm (Transparenzverteilungsdiagramm) der photographischen Platte entnehme man die dem Punkte n zugehörige Schichtdicke (Transparenz) X_n und suche in dem Korrektionsdiagramm (siehe Fig. 1) diejenige charakteristische Kurve auf, welche mit der Schichtdicke (Transparenz) X_n bezeichnet ist. Diese charakteristische Kurve C_{X_n} , aber keine andere, ordnet der auf der Ordinate aufzusuchenden Dichte D_n den wahren Expositionswert ε_n auf der Abszisse zu. Somit ist jetzt also das Problem der quantitativen photographischen

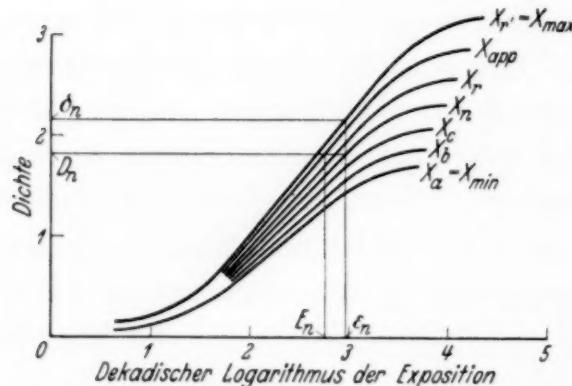


Fig. 1. Korrektionsdiagramm.

Photometrie gelöst. Bisher hatte man nämlich eine große Anzahl von Aufnahmen und Lichtmessungen machen und aus diesen das Mittel bilden müssen, um zu einem dem wahren Expositionswert ε_n sich mehr oder weniger nähernden quantitativen Resultat zu gelangen, — wo aber die experimentellen Umstände es nicht zuließen, die genügende Menge von Aufnahmen vorzunehmen, da mußte man auf die Verwendung der photographischen Platte zur quantitativen Photometrie eben verzichten.

Ist man nicht an den wahren Expositionswerten interessiert, sondern an den wahren Dichtewerten, so bezieht man alle „scheinbaren“ Dichtewerte D_n auf eine willkürliche charakteristische Kurve C_{X_r} als Bezugskurve, am zweckmäßigsten vielleicht auf die charakteristische Kurve $C_{X_r} = C_{X_{\max}}$ für die maximale auf der Platte vorhandene Schichtdicke X_{\max} (kleinste Transparenz). Von dem „scheinbaren Dichtewert“ D_n auf der Ordinate des Korrektionsdiagramms geht man horizontal zu der zugehörigen charakteristischen Kurve C_{X_n} , von dort vertikal nach oben zu der charakteristischen Kurve $C_{X_{\max}}$ (Bezugskurve), und von hier horizontal direkt zur Ordinate zurück, auf welcher man die wahre Dichte δ_n abliest. Nach dem alten seit Hurter und Drifford (1892) üblichen Verfahren hatte man es mit einer einzigen charakteristischen Kurve zu tun, deren Lage irgendwo zwischen den Kurven $C_{X_{\max}}$ und $C_{X_{\min}}$ mehr oder weniger von zufälligen Arbeitsbedingungen abhing, und welche Kurve im Korrektionsdiagramm (Fig. 1) als „scheinbare charakteristische Kurve“ $C_{X_{app}}$ angedeutet ist. Mit Hilfe des herkömmlichen Verfahrens, das die Schichtdicken schwankungen auf einer und derselben Platte außer acht ließ, wurde einem Dichtewert D_n durch die „scheinbar echarakteristische Kurve“ $C_{X_{app}}$ ein „scheinbarer Expositionswert“ E_n zugeordnet, und dadurch kam man eben zu einem rätselhaft und unzulässig hohen Lichtmessungsfehler, dessen absoluter Wert, wie jetzt ersichtlich, der Differenz zwischen den Potenzen 10^{E_n} und 10^{ε_n} gleich ist.

Der Abstand von $C_{X_{\max}}$ und $C_{X_{\min}}$ fällt bei einem und demselben Fabrikat von Platte zu Platte weitgehend verschieden aus. Man sollte sich unter keinen Umständen über die Tatsache hinwiegtauschen, daß selbst bei den vorzüglichsten Fabrikaten fehlerhafte Erzeugnisse absolut unvermeidlich sind. Dies gilt besonders für panchromatische Schichten, deren Herstellung ja bekanntlich nur bei ganz schwachem Licht erfolgen kann. Jeder Plattenfabrikant gibt zu, daß er nicht die Gewähr dafür übernehmen kann, daß seine Erzeugnisse fehlerfrei sind. Jede Plattenschachtel, selbst der renommiertesten Handelsmarken, von den geringstempfindlichen bis zu den höchstempfindlichen Platten, trägt eine Aufschrift, die als aus-

schlaggebend betrachtet werden kann in Hinblick auf die vielleicht bisher noch als strittig angesehene Frage, ob die Prüfung einer photographischen Platte in infrarotem Lichte für die in Rede stehenden Fälle angezeigt ist oder nicht. So steht z. B. auf den heutigen Schachteln der amerikanischen Eastman Kodak Company zu lesen: „The plates in this package have been made with great care and while they will be replaced if found defective in manufacture, they are sold without warranty, guarantee or liability of any kind“. Diese bezeichnenden Bemerkungen des Fabrikanten beweisen, daß man für die hier in Rede stehenden photographischen Arbeiten die Platten von nun an mittels inaktinischen, homogenen oder heterogenen Lichtes, beispielsweise zwischen $1000\text{ m}\mu$ und $3000\text{ m}\mu$, in einem anzeigen den oder aufzeichnenden Spezialinfrarotphotometer vor der eigentlichen Belichtung prüfen muß. Eine als zweckmäßig befundene Konstruktion eines solchen Photometers soll in einer folgenden Abhandlung eingehend beschrieben werden. Außerdem soll in kurzer Zeit noch über ein neues, besonders für den Wissenschaftler, aber auch für den Techniker und Künstler wichtiges Radikalmittel zur Unschädlichmachung der Halation berichtet werden, — haben sich doch für manche wichtige wissenschaftliche, technische und künstlerische Zwecke die bis jetzt bekanntgewordenen Antihalationsplatten als unzureichend erwiesen, und stellt doch eine hinreichend lichthoffreie Platte in bezug auf die quantitative photographische Photometrie eine unerlässliche Bedingung dar.

Nun sei zunächst lediglich zur Orientierung über die für solche Infrarottransparenzenmessungen günstigste Wellenlänge oder Wellenlängenzone auf die in Fig. 2 wiedergegebenen spektralen Transparenzenkurven hingewiesen, welche sich auf vier verschiedene Einschichttrockenplatten des Handels aus zwei verschiedenen renommierten Fabriken beziehen. Diese Kurven wurden mittels eines thermoelektrischen Spiegelspektrometers mit Natriumchloridprisma erhalten. Platte I, vom Format $3\frac{1}{4}'' \times 4''$, hatte eine sehr wenig empfindliche, optisch nicht sensibilisierte Diapositivemulsion (Lantern Slide Emulsion) auf einem rund 1,2 mm dicken Glasträger, dessen Kanten gegen den bewölkten Tageshimmel gehalten, fast farblos (sehr schwach grünstichig) erschienen. Platte II, vom Format $3\frac{1}{4}'' \times 4\frac{1}{4}''$, hatte eine etwas empfindlichere, optisch nicht sensibilisierte, sogenannte phototechnische Emulsion (Process Emulsion) auf einem rund 1,7 mm dicken Glasträger, dessen Kanten grünfarbig erschienen. Platte III, vom Format $3\frac{1}{4}'' \times 4\frac{1}{4}''$, hatte eine empfindliche, nicht optisch sensibilisierte, sogenannte Universalrapidemulsion auf einem rund 1,4 mm dicken Glasträger, dessen Kanten ziemlich schwach grünstichig erschienen.

Platte IV, vom Format $3\frac{1}{4}'' \times 4\frac{1}{4}''$, hatte eine hochempfindliche, optisch sensibilisierte Emulsion auf einem rund 1,5 mm dicken Glasträger, dessen Kanten tief grünfarbig erschienen. Die Kurven der Fig. 2 sind der Reihe nach mit Ia, Ib, IIa, IIb, IIIa, IIIb, IVa, IVb bezeichnet, wobei die römischen Zahlen auf die oben beschriebenen Platten hinweisen. Die Zusatzbuchstaben a deuten darauf hin, daß die betreffenden Kurven der Fig. 2 durch Messungen der spektralen Kombinationstransparenzen von Glasträger plus anhaftender Emulsion, d. h. durch Messungen der von der ganzen photographischen Platte durchgelassenen homogenen Strahlung erhalten wurden, — während die Zusatzbuchstaben b darauf hindeuten, daß die betreffenden Kurven die einfachen spektralen Transparenzen des bloßen Glasträgers darstellen.

Die Kurven Ia, IIa, IIIa und IVa der Fig. 2 lehren, daß die Kombinationstransparenzen photographischer Platten von ungefähr 1000 m μ

(wo aber nicht das Minimum liegt) nach größeren Wellenlängen zu anwachsen, um dann von etwa 2500 m μ bis etwa 3000 m μ steil abzufallen. Der Abfall wird hauptsächlich bedingt erstens durch die Glasträger, wie man sofort aus den Kurven Ib, IIb, IIIb, IVb ersieht, und zweitens durch die Gelatine, welche ebenfalls in diesem Intervall einen steilen Abfall der Durchlässigkeitskurve besitzt, wie schon W. W. Coblenz gezeigt hat (Bureau of Standards, Bulletin 7, 648). Die Senkung der Kurven Ib, IIb, IIIb, IVb in Fig. 2 von einem Maximum bei etwa 2000 m μ zu einem Minimum bei etwa 1100 m μ deutet in Übereinstimmung mit den zuvor genannten Färbungen bzw. Farbstichen der Gläser auf verschiedene starke Verunreinigungen mit Eisen hin. Eisen ist nämlich nach R. Zsigmondy¹⁾ für die hier ersichtliche Herabsetzung der Diathermansie verantwortlich. Für

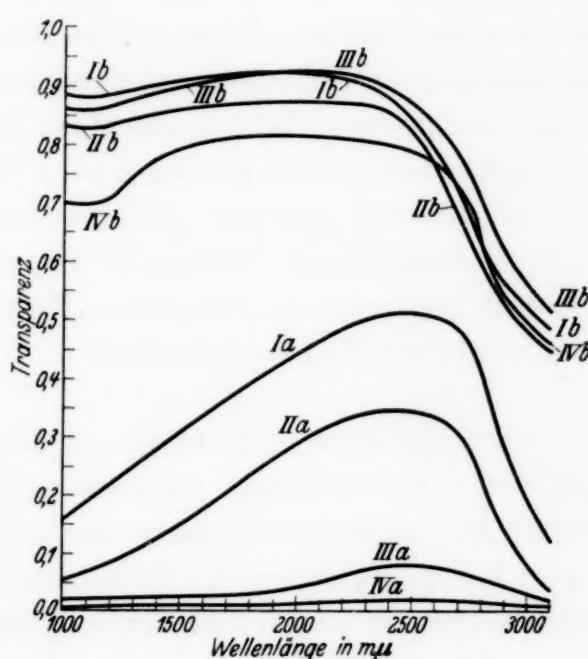


Fig. 2.

¹⁾ R. Zsigmondy, Dinglers Polytechnisches Journal 1893, S. 17 mit Fortsetzungen.

die hier erläuterte Methode der Photometrie sind nun aber Gläser mit hoher Infrarotdurchlässigkeit in einem möglichst großen Bereich zwischen $1000 \text{ m}\mu$ und $3000 \text{ m}\mu$ erforderlich, da sonst nicht nur die örtlichen Dicken schwankungen des Glases einer Trockenplatte, sondern auch die örtlichen Unterschiede zwischen der Dicke des Trockenplattenglases und der Dicke des den Emulsionskeil tragenden Glases stören würden. Von den vier untersuchten Gläsern der Fig. 2 sind daher nur die den Kurven Ib und IIIb entsprechenden Gläser geeignet, und zwar innerhalb des Bereiches von $1600 \text{ m}\mu$ und $2300 \text{ m}\mu$. In dieser Zone läßt sich also nicht nur die mit einem kostspieligen Spektralapparat hergestellte homogene Strahlung, sondern auch die mit einem billigen Lichtfilter hergestellte heterogene Strahlung für das hier besprochene photometrische Verfahren zur Anwendung bringen, und im übrigen erfordern die Bestandteile des Lichtmessungsgerätes (z. B. Thermoelement, Bolometer u. dgl. und Galvanometer) ebenfalls zunächst nur eine mittelmäßige Empfindlichkeit, d. h. mäßige Beschaffungs- und Bedienungskosten.

Als wirklich ideal in bezug auf Diathermansie und sonstige photographische Anforderungen erkannte ich ein praktisch farbloses „Leichtkristallglas“, unter welcher Bezeichnung die Glaschemiker die ganze Klasse der in Europa wohlfeilen Kaliumcalciumgläser verstehen, welche durchweg mit eisenfrei zu nennendem Sande verschmolzen werden und chemisch sehr widerstandsfähig sind. Das erwähnte Leichtkristallglas war mir von einer photographischen Trockenplattenfabrik in fünf verschiedenen Dicken zur Verfügung gestellt worden, und zwar auf mein ausdrückliches Er suchen hin mit der Versicherung, daß die fünf Musterstücke einer und derselben Schmelze entstammten und, abgesehen von der Dicke, einem und demselben Herstellungsverfahren von Anfang bis zu Ende angehörten, und daß dieses Glas sich seit Jahrzehnten zur Trockenplattenfabrikation bewährt hätte. Das hier gewählte Dickenintervall von 0,41 bis 5,13 mm umfaßt die für ausnahmsweise kleine und ausnahmsweise große Formate noch verwendeten Glasstärken. Die spektralen Durchlässigkeitskurven 0,41 mm, 0,81 mm, 1,53 mm, 3,42 mm, 5,13 mm dicken Probestücke sind in Fig. 3 zusammengestellt. Es ist ersichtlich, daß dieses Glas sich von $1000 \text{ m}\mu$ bis $2300 \text{ m}\mu$ verwenden läßt. Wichtig ist auch die aus Fig. 3 entnehmbare Erkenntnis, daß unter diesen Umständen durch die Glas dickenschwankungen einer und derselben photographischen Platte und ferner durch die Dickendifferenz zwischen dem Glase der photographischen Platte und dem Glase des zugehörigen Emulsionskeiles kein neuer Fehler

eingeschleppt wird. Im Hinblick auf das vorliegende photometrische Verfahren eignet sich also dieses Glas ausgezeichnet zur Herstellung der photographischen Platten und der Emulsionskeile. Da jedoch der Preis dieses Leichtkristallglasses in den verschiedenen Ländern nicht ausnahmslos günstig ist, sei noch betont, daß sich z. B. auch die Natriumcalciumaluminiumgläser ebensogut eignen, sofern sie nur mit hinreichend eisenarmem Sande verschmolzen werden.

Des weiteren soll noch hervorgehoben werden, daß natürlich die in die Schicht der Platte bzw. des Keiles eindringende inaktinische infrarote Strahlung im wesentlichen keiner Absorption im Sinne des Lambert-schen Gesetzes unterliegt, sondern daß die eindringende Strahlung hauptsächlich durch Rayleigh-Tyndallsche Zerstreuung, durch Spiegelung, Brechung und Beugung an den Silberhaloidkriställchen (Interferenz, Polarisation, Wegverlängerung) geschwächt wird und daher aus der Schicht in hohem Grade diffus austritt. Daraus geht hervor, daß die Kombinationstransparenzenkurven, wenn unter anderen Beleuchtungsbedingungen (z. B. veränderter Abstand der Trockenplatte vom Spalt des Spektrometers) und mit einem anderen Gerät aufgenommen, erheblich von den Kurven Ia, IIa, IIIa, IVa in Fig. 2 abweichen können. Eine Aufstellung der Beleuchtungs- und Instrumentenkonstanten erübrigt sich aber bei diesen lediglich zur Orientierung vorgenommenen Messungen, soll aber bei der späteren Beschreibung des Spezialinfrarotphotometers Beachtung finden. Jedenfalls erfordern die maßgebenden Faktoren bei Erhaltung eines beliebigen Lichtmeßgeräts keinerlei Bewachung, da sie sich ja nicht von selbst ändern, und aus diesem Grunde lassen sich mit einer und derselben Apparatur zu jeder Zeit identische Kurven der Kombinationstransparenzen erhalten. Die Kombinationstransparenzenkurven der Fig. 2 sind sämtlich unter denselben experimentellen Bedingungen aufgenommen

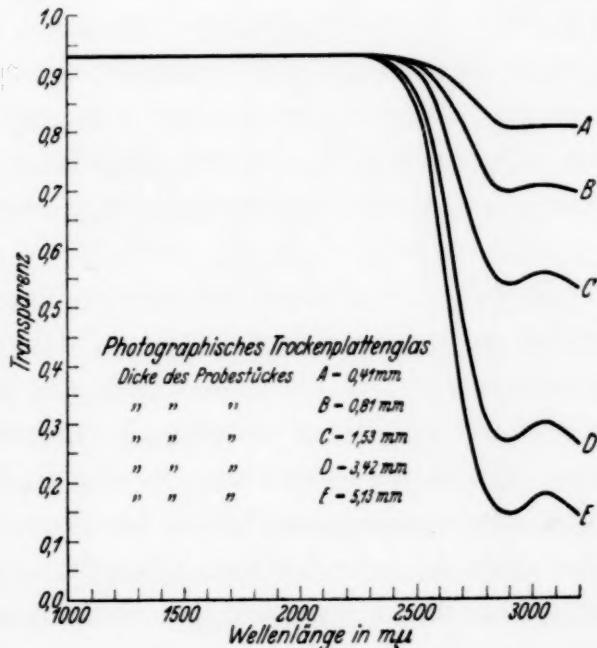


Fig. 3.

worden, und die Reproduzierbarkeit der Resultate war in bezug auf Genauigkeit die gleiche wie bei gewöhnlichen Transparenzmessungen an Medien, welche dem Lambertschen Gesetz genügen. Der in dieser Arbeit gebrauchte Sinn des Wortes „Transparenz“ bzw. „Kombinationstransparenz“ deckt sich also in bezug auf die Kurven Ia, IIa, IIIa, IVa nicht mit der gewohnten physikalischen Definition, — das Wort „Transparenz“ bzw. „Kombinationstransparenz“ ist aber trotzdem wegen seiner anschaulichkeit und leichten Verständlichkeit bei der Erklärung des hier dargelegten photometrischen Verfahrens beibehalten worden. Obwohl nun (*ceteris paribus*) das Gesetz, das die Abhängigkeit der Lichtschwächung von der Dicke der Schicht regelt, für jede nach einem verschiedenen Rezept hergestellte Emulsion mehr oder weniger verschieden und für jede nach demselben Rezept hergestellte Emulsion gleich und charakteristisch ist, entfällt dennoch die Notwendigkeit, dieses Gesetz zu kennen oder zu bestimmen. Diese Tatsache, die sich aus den vorstehenden Darlegungen von selbst ergibt, ist als ein glücklicher Umstand und ein bedeutender praktischer Vorteil der Methode anzusehen.

Bei den im Handel befindlichen doppeltbeschichteten, der Lichthofbildung entgegenwirkenden Platten der von Richard Jahr zuerst eingeführten Art hat die Anwendung der neuen photometrischen Methode in der hier dargelegten einfachen Form leider keinen Sinn, da man ja nicht ohne weiteres aussagen kann, ob eine im Infrarotphotometer aufgefundene Schichtdickenunregelmäßigkeit der Oberschicht oder der Unterschicht — oder vielleicht jeder der beiden Schichten in gewissem Grade zuzuschreiben ist. Daß dieser Umstand jedoch keinen besonderen Nachteil darstellt, soll sich aus der oben angekündigten bald folgenden Veröffentlichung ergeben, die ein neues Radikalmittel zur Unterdrückung der Halation zum Thema haben wird. Davon abgesehen wird aber gerade für diese Doppelschichtplatten die Verwendung infraroten Lichtes einmal nach Anbringung der ersten Schicht und nochmals nach Anbringung der zweiten Schicht unentbehrlich werden, denn im Gegensatz zu Einschichtplatten hatte man bis heute für Doppelschichtplatten noch kein in der Fabrik vor dem Verpacken anwendbares Prüfungsverfahren. Mithin wird also diese photometrische Methode auch einige langersehnte fabrikations-technische Fortschritte mit sich bringen, und zwar nicht nur für Einschichtplatten, sondern auch für Doppelschichtplatten. Zudem ist mir auch aus eigener Erfahrung bekannt, daß die bis heute in den Fabriken üblich gewesenen Prüfungen, nämlich die Inaugenscheinnahme in durchgehendem

Licht, infolge der Subjektivität und Ermüdungscharakteristik des menschlichen Auges bzw. Augenpaars selbst bei den Einschichtplatten an Verlässlichkeit so außerordentlich viel zu wünschen übrig ließ, daß man sich nicht wundern kann, weshalb ein Betriebsleiter einer Trockenplattenfabrik durchaus keine Gewissensbisse oder geschäftlichen Nackenschläge befürchtete, als er bei Einführung der Doppelschichtplatten beschloß, auf eine Prüfung dieser Platten vor dem Verpacken praktisch ganz und gar zu verzichten, da doch die visuelle Prüfung infolge der doppelten Schichtdicke und der damit verbundenen viel größeren Undurchsichtigkeit von vornherein so gut wie unmöglich war. Ich nehme an, daß auch alle anderen Betriebe ihre Doppelschichtplatten ohne jede eigentliche Prüfung in bezug auf Schichtfehler verpacken und verkaufen.

Die gewerbsmäßige Herstellung und Lieferung der neuen Spezialtrockenplatten und zugehörigen Emulsionskeile, je mit in infrarotem Licht ermittelten Schichtdickenverteilungsdiagrammen, sollte ins Auge gefaßt werden. Es steht zu erwarten, daß das hier mitgeteilte quantitative photographisch-photometrische Verfahren, welches gekennzeichnet ist durch die Anwendung inaktinischen infraroten Lichtes ungefähr zwischen $1000\text{ m}\mu$ und $3000\text{ m}\mu$ zwecks Ausschaltung der von Schichtdickenschwankungen herrührenden Fehler, sich in mannigfacher Weise von Interesse erweisen wird, — so z. B. für viele aktuelle quantitative spektralphotometrische Probleme, wie quantitative Spektralanalyse, Feinstruktur, Quantenbeziehungen zwischen den Intensitäten der Spektrallinien, allgemeine Emissions-, Reflexions- und Absorptionsphotometrie, Bestimmung von Temperaturen kosmischer Körper usw. Dazu kommen noch unzählige photometrische Probleme auf wissenschaftlichen und industriellen Forschungsgebieten, die meinem Tätigkeitsfelde zu fern liegen, als daß ich mir ein selbständiges Urteil über die Anwendungsaussichten der neuen photometrischen Methode bilden könnte. Ausschlaggebend wird die Methode aber werden für die photographische Präzisionssensitometrie und solche wichtigen Untersuchungen, wie Eberhard-Effekte, Gleichförmigkeitsgrade photographischer Entwicklungsmethoden, ferner zum einfachen Aussortieren fehlerhafter photographischer Platten und Filme zwecks Erzielung möglichst gleichmäßiger Empfindlichkeit besonders für Tonfilm mit photoelektrischer Zelle, Farbenphotographie und Farbenkinematographie, Farbenlithographie, Farbenautotypie, Farbenlichtdruck, Farbentiefdruck (auch Farbenrotationstiefdruck) usw. Bei den letztgenannten graphischen Farbenverfahren wird nämlich durch Ausschaltung

fehlerhaft begossener Platten und Filme die ungemein zeitraubende und kostspielige Vierfarbenretusche (in Amerika bekommt ein Farbenretuschierer drei bis vier Dollar pro Stunde) sowie die Anzahl der Fehlaufnahmen ganz wesentlich herabgedrückt. Nicht zuletzt wird sich die Infrarotlichtmethode aber auch in den photographischen Fabrikationsbetrieben zur Materialprüfung und Produktionskontrolle einführen und wird dadurch direkt zur Verbesserung der in Rede stehenden Materialien und somit zur Förderung eines beträchtlichen Teiles der wissenschaftlichen, technischen und künstlerischen Photographie beitragen.

Zur Theorie des spontanen Positronzerfalls.

Von E. N. Gapon in Moskau.

(Eingegangen am 30. Mai 1934.)

In der vorliegenden Arbeit werden die Energiebilanzen bei den Kernumwandlungen von Be und B betrachtet; im besonderen diejenigen, welche von einer Positronemission begleitet sind. Theoretisch sind die Grenzen der kontinuierlichen Spektren der Positrone (für Be und B) und der Elektronen (für Be) berechnet. Es wird gezeigt, daß der Wert der Masse des Neutrons (vorgeschlagen von J. Chadwick) aus der Analyse verschiedener Umwandlungen von Be und B hervorgeht und daß in der Bestimmung der Werte der Masse des Neutrons von I. Curie und F. Joliot aus der positronen und neutronen Umwandlung von B_{10} Ungenauigkeiten vorhanden sind. Der Wert der Neutronenmasse 1,010 geht aus einer genaueren Analyse dieser Umwandlung nicht hervor.

§ 1. Wie früher gezeigt wurde¹⁾ ist das Grundgesetz, welches die Bildung des Atomkerns reguliert, die Bedingung $N_p \leq N_n$, wo N_p die Zahl der Protonen, N_n die Zahl der Neutronen ist. Ferner hat bei verschiedenen künstlichen Umwandlungen mit Emission der schweren Teilchen das Gesetz Geltung, nach welchem die Umwandlung möglich ist, wenn sich als ihr Resultat ein stabiler Kern bildet²⁾. Dieses Gesetz gilt auch bei Umwandlungen mit Emission leichter Teilchen, weil ihr Endprodukt gleichfalls stabile Kerne sind. Die Erscheinung der Kernumwandlung mit Emission der leichten Teilchen macht die Emission eines beliebigen schweren Teilchens (α -Teilchen, Proton, Neutron) aus einem beliebigen leichten Kern prinzipiell möglich.

Wenn wir die Emission des Protons nach dem Schema³⁾:

$$\alpha_m p n_n + \alpha + W_\alpha = \alpha_{m+1} p n_n + p + W_p \quad (1)$$

ansetzen, so sind auch folgende zwei Prozesse möglich:

$$\alpha_m p n_n + \alpha + W_\alpha = \alpha_{m+1} n_n + n + W_n + e^+ + W_{e^+} \quad (2)$$

$$\alpha_m p n_n + \alpha + W_\alpha + e^- = \alpha_{m+1} n_n + n + W_n + \gamma \quad (3)$$

¹⁾ E. N. Gapon u. D. D. Iwanenko, Naturwissenschaft. **20**, 792, 1932.

— ²⁾ E. N. Gapon, ZS. f. Phys. **84**, 520, 1933. — ³⁾ Wir schließen die Energie des Kernproduktes angesichts ihrer Unbedeutendheit im Verhältnis zu den anderen Größen, nicht in die Gleichung und alle weiteren Berechnungen ein.

— ⁴⁾ I. Curie u. F. Joliot, Journ. de phys. **4**, 494, 1933. — ⁵⁾ I. Curie u. F. Joliot (l. c.) schreiben diese Reaktion ohne Ausstrahlung der γ -Quanten, wodurch sie zu dem unrichtigen Schluß kommen, daß die Energie der Neutronen um $\sim 10^6$ e-Volt größer sein muß als die Energie der Protonen, die bei der Umwandlung des gegebenen Kerns emittiert werden.

wo γ die Quanten der Kern-Annihilierung des Positrons und Elektrons ist. Aus den Gleichungen (1), (2) und (3) gehen folgende energetische Verhältnisse hervor:

$$W_p - W_n = h \nu - m_e c^2 - (p - n) c^2 = W_{e^+} + m_e c^2 - (p - n) c^2. \quad (4)$$

Wenn wir den Wert der Masse des Neutrons nach J. Chadwick¹⁾ annehmen, so haben wir:

$$W_p - W_n = h \nu - 2 m_e c^2 = W_{e^+}. \quad (5)$$

Wir wenden diese Gleichung auf B an und zeigen auch ihre Anwendbarkeit, wodurch nochmals der Wert der Neutronmasse (von J. Chadwick bestimmt) bestätigt wird. Aus der Gleichung (4) geht hervor, daß die γ -Quanten der Kernannihilation größer sind als $2 m_e c^2$; folglich müssen die γ -Quanten der geringeren Energie der Erregung der Kernneutrone zugeschrieben werden.

Bei dem Prozeß der Emission des Neutrons:

$$\alpha_m p_{0,1} n_n + \alpha + W_\alpha = \alpha_{m+1} p_{0,1} n_{n-1} + n + W_n \quad (6)$$

sind auch folgende Prozesse möglich:

$$\alpha_m p_{0,1} n_n + \alpha + W_\alpha = \alpha_{m+1} p_{0,1} n_{n-1} + p + W_p + e^- + W_{e^-} \quad (7)$$

$$\alpha_m p_{0,1} n_n + \alpha + W_\alpha + e^+ = \alpha_{m+1} p_{0,1} n_{n-1} + p + W_p + \gamma. \quad (8)$$

Für diese Umwandlungen haben wir folgende energetische Verhältnisse:

$$W_n - W_p = h \nu - m_e c^2 + (p - n) c^2 = W_{e^-} + m_e c^2 + (p - n) c^2. \quad (9)$$

Wenn wir die Werte der Neutronmasse von J. Chadwick annehmen, erhalten wir:

$$W_n - W_p = h \nu = W_{e^-} + 2 m_e c^2. \quad (10)$$

Betrachten wir jetzt die Prozesse des Zerfalls von Be und B mit Emission der kleinen Teilchen: der Positronen und Elektronen. Bei gleichzeitiger Betrachtung der Umwandlungsprozesse mit Emission der schweren Teilchen ist es möglich, das vollständige Schema der energetischen Verhältnisse beim Zerfall dieser Kerne aufzubauen. Wie kürzlich I. Curie und F. Joliot zeigten, ist die Lebensdauer, von der Ordnung einiger Minuten, bei den instabilen Kernen (N_{13} , Si_{27} , P_{30}) möglich, sie zerfallen dann mit Emission des Positrons²⁾. Wenn der Kern mehr Neutronen enthält als dies dem höheren stabilen Isotop entspricht, so ist er β -radioaktiv. Diese Tatsachen sind bei der Analyse der Umwandlung von Be und B ausgenutzt.

§ 2. Be. Bei der Bombardierung von Be durch die α -Teilchen des Poloniums ($W_\alpha = 5,25 \cdot 10^6$ e-Volt) werden Neutronen mit der Energie: $W'_n = 7,8 \cdot 10^6$ e-Volt und $W''_n = 4,5 \cdot 10^6$ e-Volt emittiert und γ -Quanten

¹⁾ J. Chadwick, Proc. Roy. Soc. London (A) **136**, 692, 1932. — ²⁾ I. Curie u. F. Joliot, Journ. de phys. **5**, 153, 1934; Nature **133**, 201, 1934.

mit der Energie $h\nu \sim 5 \cdot 10^6$ e-Volt ausgestrahlt. Wenn wir das Schema nehmen¹⁾:

$$\text{Be}_9 + \alpha + W_\alpha = \text{C}_{12} + n + W_n + \gamma, \quad (11)$$

so ist die Bilanz der Reaktion²⁾:

Be_9	9,01334	C_{12}	12,00036	
He_4	4,00108	n	1,00670	$W_n + h\nu = 12,1 \cdot 10^6$ e-Volt.
W_α	0,00562		13,00706	
	13,02004			

Für die Summe $W'_n + h\nu$ haben wir $12,8 \cdot 10^6$ e-Volt. Deshalb kann man annehmen, daß die Neutronen der ersten Gruppe gleichzeitig mit der Strahlung der γ -Quanten ausgestrahlt werden. Wir nehmen jetzt den Prozeß mit Emission des Elektrons und Positrons:

$$\text{Be}_9 + \alpha + W_\alpha = \text{C}_{12} + n + W_n + e^+ + W_{e^+} + e^- + W_{e^-}, \quad (12)$$

den man sich in zwei aufeinanderfolgenden Stadien vor sich gehend vorstellen muß:

$$\text{Be}_9 + \alpha + W_\alpha = \text{B}_{12} + n + W_n + e^+ + W_{e^+}. \quad (13)$$

Das sich hierbei bildende Be_{12} erscheint instabil und geht unter Ausstrahlung des Elektrons in C_{12} über:

$$\text{B}_{12} = \text{C}_{12} + e^- + W_{e^-}. \quad (14)$$

Die Masse von B_{12} kann berechnet werden, da die Masse des Kernneutrons von Bor bekannt und gleich dem Unterschied der Masse von B_{11} und B_{10} ist, folglich ist: $\text{B}_{12} = \text{B}_{11} + (\text{B}_{11} - \text{B}_{10})$ ³⁾. Wir nehmen an, daß die Neutronen der zweiten Gruppe sich nach der Kernreaktion (13) bilden, d. h. $W''_n = 4,5 \cdot 10^6$ e-Volt.

Dann finden wir aus der Bilanz der Reaktion (13) die Grenze des kontinuierlichen Spektrums der Positronen, die bei der Bombardierung von Be durch die α -Teilchen emittiert werden:

Be_9	9,01334	B_{12}	12,00520	
He_4	4,00108	n	1,00670	
W_α	0,00562	W''_n	0,00480	$W_{e^+} = 2,6 \cdot 10^6$ e-Volt.
	13,02004	e^+	0,00054	
			13,01724	

¹⁾ Vgl. auch J. Chadwick, Proc. Roy. Soc. London (A) **142**, 1, 1933.

²⁾ Bei allen Berechnungen sind die Massen der Atomkerne genommen und nicht die Massen der neutralen Atome, was bedeutend bequemer für die Rechnung ist. — ³⁾ $\text{B}_{10} = 10,0135$, $\text{B}_{11} = 11,0107$, $\text{B}_{12} = 2 \cdot 11,0107 - 10,0135 - 5 \cdot 0,00054 = 12,0052$.

Aus der Bilanz der Reaktion (14) finden wir die Grenze des kontinuierlichen Spektrums der Elektronen, die bei Bombardierung von Be durch die α -Teilchen ausgestrahlt werden:

$$\begin{array}{rcl} \text{B}_{12} & 12,00520 & \text{C}_{12} \quad 12,00036 \\ & e^- & 0,00054 \\ & \hline & 12,00090 \end{array} \quad W_{e^-} = 4,0 \cdot 10^6 \text{ e-Volt.}$$

Auf diese Weise muß die Grenze des kontinuierlichen Spektrums der Elektronen ungefähr um $1,4 \cdot 10^6$ e-Volt höher liegen als die Grenze des kontinuierlichen Spektrums der Positronen. Tatsächlich gibt F. Joliot¹⁾ für die Grenze des Spektrums der Positronen den Wert $2,5 \cdot 10^6$ e-Volt und für die Grenze des Spektrums der Elektronen einen höheren Wert als $3,0 \cdot 10^6$ e-Volt an. Aus dem Vergleich (11) und (12) geht hervor, daß:

$$\begin{aligned} W_n' + h r &= W_n'' + W_{e^+} + W_{e^-} + 2 m_e c^2 \\ 7,8 \cdot 10^6 \text{ e-Volt} + 5 \cdot 10^6 \text{ e-Volt} &= 4,5 \cdot 10^6 \text{ e-Volt} + 2,6 \cdot 10^6 \text{ e-Volt} \\ &\quad + 4 \cdot 10^6 \text{ e-Volt} + 1 \cdot 10^6 \text{ e-Volt} \end{aligned}$$

oder

$$12,8 \cdot 10^6 \text{ e-Volt} \sim 12,1 \cdot 10^6 \text{ e-Volt.}$$

Also bleibt kein Zweifel daran, daß das energetische Schema der Umwandlung von Be_9 folgendermaßen aussieht:

$$\begin{aligned} & \text{Be}_9 + \alpha + W_\alpha (5,25 \cdot 10^6 \text{ e-Volt}) \\ = C_{12} + & \left\{ \begin{array}{l} n + W_n' (7,8 \cdot 10^6 \text{ e-Volt}) + \gamma (5 \cdot 10^6 \text{ e-Volt}) \\ n + W_n'' (4,5 \cdot 10^6 \text{ e-Volt}) + W_{e^+} (2,6 \cdot 10^6 \text{ e-Volt}) \\ \quad + W_{e^-} (4,0 \cdot 10^6 \text{ e-Volt}) + e^+ + e^- \end{array} \right. \end{aligned}$$

In Übereinstimmung mit dem oben Angeführten kann man hoffen, aus Be_9 bei Einwirkung der α -Teilchen das β -radioaktive Isotop von B_{12} auszuscheiden²⁾.

§ 3. B. Bei Bombardierung von B durch die α -Teilchen des Poloniums werden die Protonen dreier Gruppen ausgeschieden: $W_p' = 8,1 \cdot 10^6$ e-Volt, $W_p'' = 5,4 \cdot 10^6$ e-Volt, $W_p''' = 3,9 \cdot 10^6$ e-Volt, die Neutronen mit der Energie $W_n = 3,3 \cdot 10^6$ e-Volt, die γ -Quanten mit der Energie $h r \sim 3 \cdot 10^6$ e-Volt und die Positronen mit der obersten Energiegrenze $W_{e^+} = 1,5 \cdot 10^6$ e-Volt. Die dritte Gruppe der Protonen schließen wir aus der Betrachtung aus, da sie sich als Resultat der Umwandlung bildet, ohne daß das α -Teilchen vom Kern eingefangen wird. Ferner werden die Protonen ausschließlich aus dem Isotop B_{10} ausgeschleudert, die Neutronen sowohl

¹⁾ F. Joliot, Bericht auf der Kernkonferenz in Leningrad, September 1933; siehe Berichte dieser Konferenz. — ²⁾ Obgleich I. Curie u. F. Joliot (l. c.) dies verneinend beantworten; es ist möglich, daß die Lebensdauer von B_{12} so gering ist, so daß die Ausscheidung von B_{12} unmöglich ist.

aus dem Isotop B_{10} als auch aus dem Isotop B_{11} . Betrachten wir vorerst das Schema, welches schon J. Chadwick analysiert hat und aus welchem er den Wert der Neutronenmasse abgeleitet hat:

$$B_{11} + \alpha + W_\alpha = N_{14} + n + W'_n. \quad (15)$$

Für diese Reaktion haben wir:

B ₁₁	11,00800	N ₁₄	14,00422	$W'_n = 3,5 \cdot 10^6$ e-Volt.
He ₄	4,00108	n	1,00670	
W _{α}	0,00562		15,01092	
<hr/>				
15,01470				

Der Wert W'_n entspricht dem oben angeführten Wert $3,3 \cdot 10^6$ e-Volt.

Ebenso können wir für die beiden ersten Gruppen der Protonen nach W. Bothe¹⁾ folgende Gleichungen schreiben:

$$B_{10} + \alpha + W_\alpha = C_{13} + p + W'_p \quad (16)$$

$$B_{10} + \alpha + W_\alpha = C_{13} + p + W''_p + \gamma_1, \quad (17)$$

oder

$$h\nu = W'_p - W''_p = 8,1 \cdot 10^6 \text{ e-Volt} - 5,4 \cdot 10^6 \text{ e-Volt} = 2,7 \cdot 10^6 \text{ e-Volt}.$$

Die auf diese Weise bestimmte Energie der γ -Quanten fällt der Größenordnung nach mit dem Experimentalwert zusammen.

Betrachten wir jetzt den Prozeß der Umwandlung mit Emission des Neutrons und Positrons, wobei wir zulassen, daß der Prozeß der Umwandlung nach den Schematen (2) und (3) vor sich geht:

$$B_{10} + \alpha + W_\alpha = C_{13} + n + W''_n + e^+ + W_{e^+} \quad (18)$$

$$B_{10} + \alpha + W_\alpha + e^- = C_{13} + n + W'''_n + \gamma \quad (19)$$

Wenn wir den Umwandlungen B_{10} die Gleichung (5) zuordnen, müssen wir nach den Schematen (1), (2) und (3) folgende Gleichung erhalten:

$$W_p - W_n = h\nu - 2m_e c^2 = W_{e^+}.$$

Wenn wir die zweite Gruppe der Protonen nehmen, so haben wir:

$$\left. \begin{aligned} W''_p - W_n &= 5,4 \cdot 10^6 \text{ e-Volt} - 3,3 \cdot 10^6 \text{ e-Volt} = 2,1 \cdot 10^6 \text{ e-Volt} \\ h\nu - 2m_e c^2 &= 3 \cdot 10^6 \text{ e-Volt} - 1 \cdot 10^6 \text{ e-Volt} = 2,0 \cdot 10^6 \text{ e-Volt} \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

d.h. völlige Bestätigung der Gleichung (5). Deshalb muß nach der Gleichung (5) die obere Grenze der Energie der Positronen, die bei der Bombardierung von B_{10} ausgestrahlt werden, von der Ordnung $2 \cdot 10^6$ e-Volt sein. Tatsächlich haben I. Curie und F. Joliot (l. c.) die obere Grenze der Energie der Positronen gleich $1,5 \cdot 10^6$ e-Volt gefunden. Deshalb müssen wir annehmen, daß die Ausstrahlung der γ -Strahlen von Bor sowohl mit dem Vorhandensein zweier Gruppen von Protonen, als auch mit dem Vorhandensein der Kern-

¹⁾ W. Bothe, Naturwissensch. **21**, 825, 1933.

annihilation des Positrons und Elektrons bei Emission des Neutrons verbunden ist, wobei zufällig die Energie der γ -Quanten, die bei diesen verschiedenen Prozessen ausgeschieden werden, ungefähr dieselbe ist. Wir werden auch zeigen, daß zufällig die Energie der Neutronen, die bei der Reaktion (15) ausgeschieden werden, von derselben Größenordnung wie die Energie der Neutronen ist, die bei den Reaktionen (18) und (19) ausgestrahlt werden.

Aus dem Verhältnis (20) geht hervor, daß die Emission des Neutrons mit der Ausstrahlung des Positrons oder der Einfangung des Elektrons — der Emission des Protons mit Energie $5,4 \cdot 10^6$ e-Volt gleichgestellt werden muß, wonach der Kern C_{13} in erregtem Zustande bleibt und unter Ausstrahlung von γ -Quanten in den normalen Zustand übergeht. Folglich ist die Umwandlung mit Emission des Neutrons von γ -Strahlung begleitet und die Gleichungen (18) und (19) müssen jetzt folgendermaßen umgeschrieben werden:

$$B_{10} + \alpha + W_\alpha = C_{13} + n + W_n'' + e^+ + W_{e^+} + \gamma_2 \quad (21)$$

$$B_{10} + \alpha + W_\alpha + e^- = C_{13} + n + W_n''' + \gamma_2 + \gamma_3 \quad (22)$$

wo γ_2 die γ -Quanten beim Übergang von $N_{13}^* \rightarrow N_{13}$ ist, γ_3 die γ -Quanten der Kernannihilation. Prüfen wir die Gleichung (2) erst summarisch, ohne sie in einzelne Stadien zu zerlegen:

B_{10}	10,01080	C_{13}	13,00126	
He_4	4,00108	n	1,00670	$W_n'' + W_{e^+} + h\nu = 8,4 \cdot 10^6$ e-Volt.
W_α	0,00562	e^+	0,00054	
	14,01750		14,00850	

Die experimental ermittelte Summe ist $W_n'' + W_{e^+} + h\nu = 7,8 \cdot 10^6$ e-Volt. Diese Berechnung zeigt erstens die Richtigkeit von J. Chadwicks Wert der Neutronmasse und zweitens deckt sie die Unrichtigkeit der Berechnung für die Neutronmasse von I. Curie und F. Joliot, auf welche sie auf Grund der Analyse dieses Prozesses ausführten. Tatsächlich erhalten wir, wenn wir die Ausstrahlung der γ -Quanten bei dem Prozeß (21) nicht in die Berechnung einbeziehen, für die Neutronmasse den Wert $\sim 1,010$, der von I. Curie und F. Joliot¹⁾ vorgeschlagen ist. Bei der Berechnung war von uns der experimentale Wert W_{e^+} benutzt, man kann jetzt schon behaupten, daß der Wert der Neutronmasse 1,010 nicht aus der Analyse des Prozesses (21) hervorgeht.

Bis jetzt haben wir die Neutronenumwandlung von B_{10} nach dem Schema (21) summarisch betrachtet. Man kann bei Zergliederung des Prozesses (21) zeigen, daß die Energie der γ -Quanten und die obere Grenze

¹⁾ I. Curie u. F. Joliot, Nature 133, 721, 1934.

der Positronenenergie theoretisch berechnet werden kann. Aus der Arbeit von I. Curie und F. Joliot ist bekannt, daß die Positron-Neutron-Umwandlung in zwei Stufen durch den instabilen Kern N_{13} vor sich geht, dessen Lebensdauer von der Ordnung von 14 Minuten ist. Weil der Gruppe der Neutronen, welche nach (20) bei der Positron-Neutron-Umwandlung emittiert werden, die Gruppe der Protonen mit der Energie $5,4 \cdot 10^6$ e-Volt gleichgestellt werden muß, so bleibt bei dieser Umwandlung der Kern N_{13} erregt. Der Übergang zum normalen Zustand geht bei Ausstrahlung von γ -Quanten vor sich. Deshalb muß das erste Stadium durch folgende Gleichung wiedergegeben werden:

$$B_{10} + \alpha + W_\alpha = N_{13} + n + W_n + \gamma_2. \quad (23)$$

Das zweite Stadium durch die Gleichung:

$$N_{13} = C_{13} + e^+ + W_{e^+}. \quad (24)$$

Für die Masse N_{13} nehmen wir den Wert 13,008 analog 14,008 an. Die Bilanz des Prozesses (23) ist folgende:

$$\begin{array}{rcl} B_{10} & 10,01080 & N_{13} & 13,00422 \\ He_4 & 4,00108 & n & 1,00670 \\ W_\alpha & 0,00562 & \hline & 14,01092 \\ & 14,01750 & & \end{array} \quad \underline{W_n'' + h \nu_2 = 6,2 \cdot 10^6 \text{ e-Volt.}}$$

Die Summe ist $W_n + h \nu = 6,3 \cdot 10^6$ e-Volt, d. h. theoretisch und experimental fallen die Größen zusammen.

Für den Prozeß (24) haben wir folgende Bilanz:

$$\begin{array}{rcl} N_{13} & 13,00422 & C_{13} & 13,00126 \\ & & e^+ & 0,00054 \\ \hline & & & 13,00180 \end{array} \quad \underline{W_{e^+} = 2,2 \cdot 10^6 \text{ e-Volt.}}$$

Dieser Wert fällt mit dem aus der einfachen Gleichung ermittelten Wert W_{e^+} zusammen, in Übereinstimmung mit den Verhältnissen (5). Bemerken wir letzten Endes, daß die γ -Quanten nach (21) von dem positronen Zerfall N_{13} ausgestrahlt werden, so muß folglich der positrone Zerfall des reinen N_{13} nicht von γ -Strahlung begleitet sein und die γ -Quanten müssen dem Übergang von $N_{13}^* \rightarrow N_{13}$ zugeschrieben werden.

Jetzt bleibt uns die neutrone Umwandlung B_{10} zu betrachten, welche von der Kernannihilation des Positrons und Elektrons begleitet ist. Dieser Prozeß geht in zwei Stufen vor sich, wobei bei der Umwandlung (22) zwei γ -Quanten emittiert werden: eine als Resultat der Annihilation, die andere bei dem Übergang des erregten Kerns N_{13} in den normalen Zustand:

$$B_{10} + \alpha + W_\alpha = N_{13}^* + n + W_n''' \quad (25)$$

$$N_{13}^* = N_{13} + \gamma_2 \quad (26)$$

$$N_{13} + e^- = C_{13} + \gamma_3 \quad (27)$$

